



**UNIVERSITE DE M'SILA**  
**FACULTE DE TECHNOLOGIE**  
**DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE**



**MEMOIRE DE MASTRE**  
**DOMAINE : SCIENCES ET TECHNOLOGIE**  
**OPTION : Contrôle Industriel**

**Thème**

**Commande robuste d'un bras manipulateur**

**Présenté par :**

ALLAL Abd elbassit

**Encadré par :**

Dr.BENHACENE Madani

Promotion : JUIN 2015



## REMERCIEMENTS

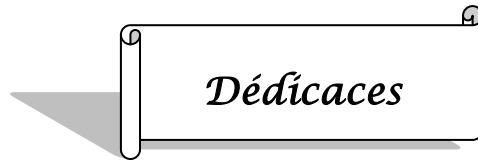
*Nous tenons à remercier tout premièrement Dieu le tout puissant pour la volonté, la santé et la patience , qu'il nous a donné durant toutes ces longues années .*

*Ainsi, nous tenons également à exprimer nos vifs remerciements à notre encadreur BENAHCENE MADANI pour avoir d'abord proposée ce thème, pour suivi continuel tout le long de la réalisation de ce mémoire et qui n'a pas cessée de nous donner ses conseils.*

*Nous tenons à remercier vivement toutes personnes qui nous ont aidé à élaborer et réaliser ce mémoire, ainsi à tous ceux qui nous ont aidés de près ou de loin à accomplir ce travail.*

*Nos remerciements vont aussi à tous les enseignants et le chef de département d'Electronique qui a contribué à notre formation par ailleurs, Nos remerciements à tous les membres du jury qui ont accepté de juger notre travail.*

*Enfin, nous tenons à exprimer notre reconnaissance à tous nos amis et collègues pour le soutien moral et matériel...*



*Que ce travail témoigne de mes respects :*

*A mes parents :*

*Grâce à leurs tendres encouragements et leurs grands sacrifices, ils ont pu créer le climat affectueux et propice à la poursuite de mes études.*

*Aucune dédicace ne pourrait exprimer mon respect, ma considération et mes profonds sentiments envers eux,*

*Je prie le bon Dieu de les bénir, de veiller sur eux, en espérant qu'ils seront toujours fiers de moi.*

*A ma sœur et à mon frère.*

*A la famille ALLAL .*

*Ils vont trouver ici l'expression de mes sentiments de respect et de reconnaissance pour le soutien qu'ils n'ont cessé de me porter.*

*A tous mes professeurs :*

*Leur générosité et leur soutien m'oblige de leurs témoigner mon profond respect et ma loyale considération.*

*A tous mes amis et mes collègues : Ils vont trouver ici le témoignage d'une fidélité et d'une amitié infinie.*

*Allal Abd Elbassit*

# Sommaire



# SOMMAIRE

---



## Introduction Générale

Introduction.....	1
Objective .....	1
Présentation du mémoire.....	2

## CHAPITRE I

### Les robots manipulateur

I.1	Introduction.....	3
I.2	Modélisations des robots manipulateurs.....	6
I.2.1	Constituent d'un robot.....	6
I.2.2	Structure mécanique et géométrie des robots.....	7
I.2.2.1	Structure mécanique.....	7
I.2.2.2	Structure géométrique.....	9
I.2.3	Modèle géométrique.....	11
I.2.3.1	Modèle géométrique direct.....	11
I.2.3.2	Modèle géométrique inverse.....	11
I.2.4	Modèle cinématique.....	12
I.2.4.1	Modèle cinématique direct.....	12
I.2.4.2	Modèle cinématique inverse.....	13
I.2.5	Modèle dynamique.....	16
I.2.5.1	Modèle dynamique inverse.....	16
I.2.5.2	Modèle dynamique direct.....	23
I.2.6	Comparaison entre les deux formalismes.....	23
I.3	Conclusion.....	24

## CHAPITRE II

### MODELISATION DU SYSTEME

II.1	Introduction.....	25
II.2	Modélisation géométrique.....	25

---

## SOMMAIRE

---

II.2.1	Modélisation géométrique directe (MGD).....	25
II.2.2	Modélisation géométrique inverse (MGI).....	26
II.3	Modèle cinématique.....	28
II.3.1	Introduction.....	28
II.3.2	Modèle cinématique direct (MCD).....	29
II.3.3	Modèle cinématique inverse (MCI).....	30
II.4	Modélisation dynamique.....	31
II.4.1	Introduction.....	31
II.4.2	Formalisme de Lagrange-Euler.....	31
II.4.3	Application du modèle dynamique par le formalisme de Lagrange- Euler pour un bras manipulateur à 2ddl.....	32
II.5	GÉNÉRATION DE MOUVEMENT.....	35
II.6	Conclusion.....	37

## CHAPITER III

### LA COMMANDE D'UN BRAS MANIPULATEUR

III.1	Introduction.....	40
III.2	Commandes des bras manipulateurs.....	41
III.2.1	La méthode de commande PD.....	41
III.2.2	La méthode de commande PID.....	43
III.2.3	Régulation PI en cascade de position.....	45
III.2.4	Commande par planification de trajectoires.....	49
III.3	Simulations et résultats.....	50
III.3.1	Modélisation dynamique du système.....	50
III.3.2	Résultats de simulation.....	52
III.3.2.1	Résultats de simulation de la commande PD.....	55
III.3.2.2	Résultats de simulation de la commande PID.....	59
III.3.2.3	Résultats de simulation de la commande PI.....	63
III.4	Commentaires.....	65
III.5	Conclusion.....	66

---

# SOMMAIRE

---

## CHAPITER IV

### COMMANDE ROBUSTE

IV.1	Introduction.....	67
IV.2	Approches de robustesse.....	67
IV.2.1	Approches basées sur l'utilisation d'un modèle.....	68
IV.2.2	Approches directes sans modèle explicite.....	68
IV.3	La robustesse en stabilité.....	68
IV.3.1	Définitions.....	68
IV.3.2	Robustesse.....	70
IV.3.2.1	Les marges de robustesse.....	70
IV.3.2.2	Erreurs de Modélisation.....	72
IV.4	Spécifications traditionnelles.....	74
IV.4.1	Spécifications dans le domaine temporel.....	74
IV.4.2	Spécifications dans le domaine fréquentiel.....	75
IV.5	Simulations et résultats.....	77
IV.5.1	Commande PI robuste.....	77
IV.6	Conclusion.....	84
	CONCLUSION GENERALE.....	85
	Bibliographie.....	87

---

# Liste de Notations et Symboles





### *Liste de Notations et Symboles*

$L_1$	Longueur du premier axe
$L_2$	Longueur du deuxième axe
$q_1$	L'angle du premier lieu avec l'axe des abscisses (x)
$q_2$	L'angle du deuxième lien
$\dot{x}$	Vitesse de l'effecteur par rapport au repère de base
$\dot{q}$	Vitesse des coordonnées généralisées
$J$	La matrice Jacobienne
$n$	Degré de liberté du robot
$m$	Degré de mobilité du robot
$E_c$	L'énergie cinétique
$E_p$	L'énergie potentielle
$\Gamma_i$	La force généralisée sur l'articulation pour tout le système mécanique
$D(q)$	Matrice inertie
$C(q, \dot{q})$	Les forces d'inertie et de Coriolis
$G(q)$	Vecteur des couples moteurs aux articulations
$E_{ci}$	L'énergie cinétique du $i$ ème corps du robot
$m_1$	La masse du premier lien
$m_2$	La masse du deuxième lien
MGD	Modèle Géométrique Direct
MGI	Modèle Géométrique Inverse
MDD	Modèle Dynamique Direct
SMA	Système mécanique articulé

# Table des figures et des tableaux



## Table des figures

---

### Chapitre I

<b>Figure I.1</b>	Manipulateurs à liaisons sérielles et parallèles.....	3
<b>Figure I.2</b>	Manipulateur plan à deux liaisons.....	4
<b>Figure I.3</b>	composantes d'un système robotique à un seul bras.....	6
<b>Figure I.4</b>	vocabulaire du robot.....	7
<b>Figure I.5</b>	parties principales dans un robot.....	7
<b>Figure I.6</b>	Robot à chaîne ouverte simple.....	8
<b>Figure I.7</b>	Représentation de Denavit-Hartenberg.....	9
<b>Figure I.8</b>	Représentation d'un point $r^i$ de la chaîne cinématique.....	18
<b>Figure I.9</b>	Formalisme de Newton-Euler.....	22

### Chapitre II

<b>Figure II.1</b>	Structure du manipulateur à deux degrés de liberté étudié.....	26
<b>Figure II.2</b>	Représentation d'un bras manipulateur.....	27
<b>Figure II.3</b>	Génération de mouvement dans l'espace articulaire.....	36
<b>Figure II.4</b>	Génération de mouvement dans l'espace opérationnel.....	36
<b>Figure II.5</b>	Coordonnées XY générées pour toutes les combinaisons de THETA1 et theta2 utilisant Cinématique formules .....	38

### Chapitre III

<b>Figure III.1</b>	Le schéma classique d'une commande par PID d'un robot manipulateur .....	44
---------------------	--	----

## Table des figures

---

<b>Figure III.2</b>	Régulation en cascade de position.....	46
<b>Figure III.3</b>	Structure du manipulateur à deux degrés de liberté étudié.....	50
<b>Figure III.4</b>	schéma simulink de la commande du bras rigide.....	53
<b>Figure III.5</b>	schéma de position initiale du robot.....	54
<b>Figure III.6</b>	schéma de position finale du robot.....	54
<b>Figure III.7</b>	position angulaire de la 1 <sup>ère</sup> articulation.....	55
<b>Figure III.8</b>	position angulaire de la 2 <sup>ème</sup> articulation.....	56
<b>Figure III.9</b>	Erreur de la position angulaire de la 1 <sup>ère</sup> articulation.....	56
<b>Figure III.10</b>	Erreur de la position angulaire de la 2 <sup>ème</sup> articulation.....	57
<b>Figure III.11</b>	Position Effecteur (x).....	57
<b>Figure III.12</b>	Position Effecteur (y).....	58
<b>Figure III.13</b>	vitesse angulaire de la 1 <sup>ère</sup> articulation.....	58
<b>Figure III.14</b>	vitesse angulaire de la 2 <sup>ème</sup> articulation.....	59
<b>Figure III.15</b>	position angulaire de la 1 <sup>ère</sup> articulation.....	60
<b>Figure III.16</b>	position angulaire de la 2 <sup>ème</sup> articulation.....	60
<b>Figure III.17</b>	Erreur de la position angulaire de la 1 <sup>ère</sup> articulation.....	61
<b>Figure III.18</b>	Erreur de la position angulaire de la 2 <sup>ème</sup> articulation.....	61
<b>Figure III.19</b>	Position Effecteur (y).....	62
<b>Figure III.20</b>	Position Effecteur (x).....	62
<b>Figure III.21</b>	vitesse angulaire de la 1 <sup>ère</sup> articulation.....	63
<b>Figure III.22</b>	vitesse angulaire de la 2 <sup>ème</sup> articulation.....	63
<b>Figure III.23</b>	position angulaire de la 1 <sup>ère</sup> articulation.....	64
<b>Figure III.24</b>	position angulaire de la 2 <sup>ème</sup> articulation.....	64

## Chapitre IV

<b>Figure IV.1</b>	système boucle.....	69
<b>Figure IV.2</b>	Structure en boucle fermée classique.....	70
<b>Figure IV.3</b>	Marges de robustesse.....	72
<b>Figure IV.4</b>	Erreur additive.....	73
<b>Figure IV.5</b>	Erreur multiplicative.....	73
<b>Figure IV.6</b>	Schéma de commande avec des perturbation et bruit de mesure.....	77

## Table des figures

---

<b>Figure IV.7</b>	Commande d'un premier ordre par un PI.....	77
<b>Figure IV.8</b>	allure de la fonction de sensibilité à une perturbation sur la sortie $S_{yy}$ .....	80
<b>Figure IV.9</b>	allure de la fonction de sensibilité à une perturbation sur la mesure $S_{yb}$ ....	81
<b>Figure IV.10</b>	allure de la fonction de sensibilité à une perturbation sur la Commande $S_{yu}$	81
<b>Figure IV.11</b>	allure de la fonction de sensibilité à une bruit de sortie ou de mesure $S_{uy}$ ...	82
<b>Figure IV.12</b>	position angulaire de la 1 <sup>ère</sup> articulation.....	82
<b>Figure IV.13</b>	position angulaire de la 2 <sup>ème</sup> articulation.....	83

## Liste des Tableaux

---

### Liste des Tableaux

<i>Tableau</i>	<i>Titre</i>	<i>page</i>
<b>Tableau I.1</b>	Nombre d'opérations effectuées par chaque formalisme	<b>23</b>
<b>Tableau III.1</b>	Paramètres du bras manipulateur à 2ddl	<b>51</b>
<b>Tableau III.2</b>	Récapitulatif des paramètres des correcteurs	<b>65</b>
<b>Tableau IV.1</b>	Résumé des fonctions de sensibilité	<b>79</b>

# RÉSUMÉ

---

## Résumé

Dans ce travail, nous présentons une stratégie de la commande de trajectoire d'un bras manipulateur à deux degrés de liberté. La technique de contrôle est basée sur un contrôleur PID (Proportionnel Intégral Dérivé) qui est considérée comme une solution très intéressante pour les systèmes linéaires. Cette dernière loi est basée sur le modèle dynamique développé à partir de la formulation de *Lagrange-Euler*. Notre système mécanique est simulé dans l'environnement Matlab/ Simulink. La commande proposée montre l'efficacité et la robustesse en boucle fermée.

## Abstract

In this work, we present a strategy to control the trajectory of a manipulator arm with two degrees of freedom. The control technique is based on a PID controller (proportional integral derivative) which is considered a very interesting solution for linear systems. This last law is based on the dynamic model developed from the formulation of Lagrange- Euler. Our mechanical system is simulated in the Matlab / Simulink environment. The proposed control shows the efficiency and robustness in a closed loop.

# Introduction générale





# INTRODUCTION GENERALE

---

## Introduction

Les robots manipulateurs sont actuellement d'une très large utilisation dans les applications industrielles et spatiales. Ils sont d'une importance majeure, surtout dans les travaux dangereux, fastidieux et monotones [1].

En 1979 l'institut américain de robotique a donné une définition pour un robot manipulateur: “ Un manipulateur multi-fonctionnel reprogrammable conçu pour déplacer des matériaux, des pièces, des outils ou des appareils spécialisés et ceci à travers des mouvements programmables et variés pour la performance d'une variété de tâches ” [2].

Ces manipulateurs sont composés de liaisons rigides interconnectées par le moyen d'articulations, et un organe effecteur se trouvant à l'extrémité de la dernière liaison. Le mouvement de ces liaisons est assuré par des actionneurs et l'état du manipulateur est donné par des mesures issues des capteurs.

Le mouvement désiré du manipulateur est réalisé en utilisant un système de contrôle qui fournit des commandes aux actionneurs des articulations dépendant de la méthodologie de commande implémentée.

La plupart de ces robots manipulateurs ont été conçus d'une manière à maximiser leur raideurs et donc augmenter leur rigidités, afin de minimiser les vibrations de l'organe effecteur pour assurer son bon positionnement. Ceci est obtenu en choisissant un matériau lourd pour la conception de manipulateur [3].

Cependant leur capacité de porter des charges est seulement de cinq à dix pour cent de leur propre poids.

Vu leur dimensions relativement énormes, ces manipulateurs nécessitent de grands actionneurs et par conséquent une grande consommation d'énergie et une vitesse d'opération qui est généralement lente.

Le nombre d'applications de ces manipulateurs a augmenté notamment lors de ces dernières années, par exemple les applications dans l'espace nécessitent les mêmes manipulateurs mais avec des poids légers les rendant ainsi des manipulateurs à liaisons flexibles.

## Objective

Dans cette partie on cite les objectifs de ce travail qui s'intéresse à :

# INTRODUCTION GENERALE

---

1) l'élaboration du modèle d'un bras manipulateur à deux degrés de libertés à travers la mise en forme des équations mathématiques régissant le mouvement de ce bras.

2) implémentation des équations du modèle du bras manipulateur à travers le logiciel Matlab-Simulink .

3) recherche des commandes permettant le contrôle en position du bras manipulateur et leur implémentation à l'aide de logiciel Matlab-Simulink.

## Présentation du mémoire

Ce mémoire se compose de quatre chapitres :

Le premier chapitre donne un aperçu sur les bras manipulateurs et leurs modélisations avec une introduction sur la robotique.

Le deuxième chapitre consiste en une élaboration des modélisations des robots à liaisons rigides présente globalement la modélisation géométrique directe et inverse, cinématique et dynamique du bras manipulateur 2R plan (bras manipulateur 2 axe).

Le troisième chapitre est consacré à l'étude des méthodes de commandes (PID, PD, PI) pour le positionnement du bras manipulateur et ainsi que les résultats de simulations obtenues.

Enfin Le quatrième chapitre est consacré à l'étude des méthodes de commandes robuste pour le positionnement du bras manipulateur et ainsi que les résultats de simulations obtenues.

Finalement ce mémoire est clôturé par une conclusion générale sur le travail de recherche élaboré, ainsi que nous donnons en perspective quelques suggestions pour des études de recherches futures permettant l'amélioration de la commande en position des robots

# CHAPITRE I

## *Les robots manipulateur*

---

---

# ***contenu***

### **I. 1 Introduction**

### **I. 2: Modélisations des robots manipulateurs**

#### **I. 2. 1 Constituants d'un robot**

#### **I. 2. 2: Structure mécanique et géométrie des robots**

##### **1.2.2.1 Structure mécanique**

##### **1.2.2.2. Structure géométrique**

#### **I. 2. 3 Modèle géométrique**

##### **I. 2. 3. 1 Modèle géométrique direct**

##### **I. 2. 3. 2 Modèle géométrique inverse**

#### **I. 2. 4 Modèle cinématique**

##### **I. 2. 4. 1 Modèle cinématique direct**

##### **I. 2. 4. 2 Modèle cinématique inverse**

#### **I. 2. 5 Modèle dynamique**

##### **I. 2. 5. 1 Modèle dynamique inverse**

##### **I. 2. 5. 2 Modèle dynamique direct**

#### **I. 2. 6 Comparaison entre les deux formalismes**

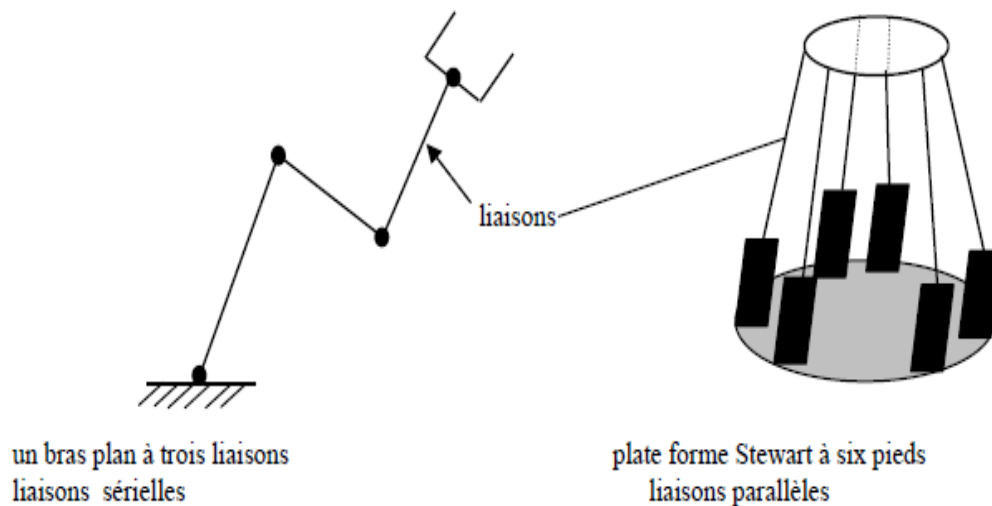
### **I.3 Conclusion**

## I. 1 Introduction

Depuis quelques décennies, la recherche dans la robotique s'est concentrée presque entièrement sur la commande des robots manipulateurs.

Récemment le besoin pour des manipulations complexes et l'évolution des dispositifs tels que les effecteurs à plusieurs doigts et les plates-formes à plusieurs pieds a engendré un large domaine de recherche dans l'étude des systèmes robotiques. Cependant la pièce maîtresse de ces systèmes est le robot manipulateur.

Un robot manipulateur se compose de plusieurs liaisons connectées par des articulations pour former un bras. On peut retrouver deux formes de manipulateurs en fonction de la manière dont les liaisons sont connectées : une forme sérielle et une autre parallèle [11].

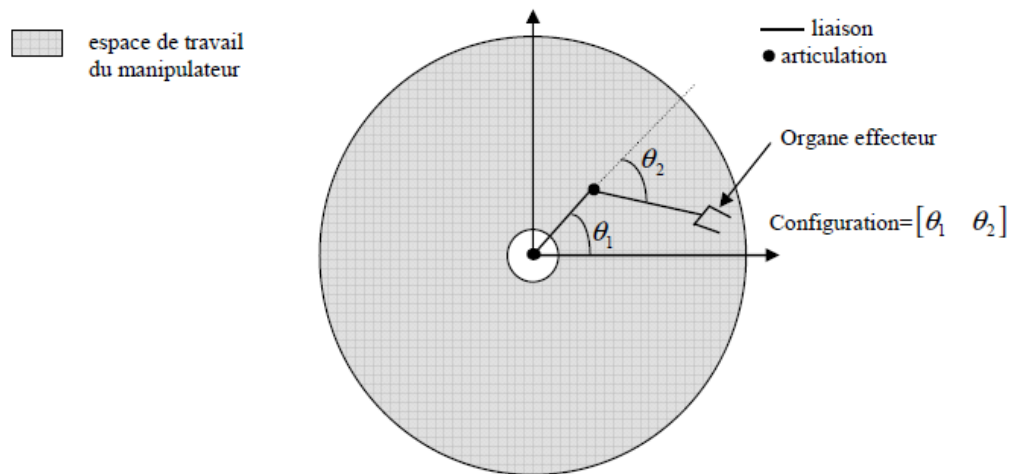


**Figure I.1 :** Manipulateurs à liaisons sérielles et parallèles

La plupart des robots utilisés actuellement sont des robots ayant des liaisons connectées en série.

Les robots manipulateurs sériels, dans leur formes de base, sont des chaînes cinématiques ouvertes composées de liaisons rigides ou flexibles connectées par des articulations : ces robots peuvent se déplacer circulairement dans l'espace par des mouvements générés par des articulations commandées par les actionneurs.

Typiquement chaque articulation possède un degré de liberté et elle est de type rotoïde ou prismatique dépendant du mouvement permis entre les deux articulations et qui peut être un mouvement de rotation ou un mouvement de translation ou les deux à la fois.



**Figure I.2 :** Manipulateur plan à deux liaisons

Un organe effecteur ou une pince ayant la forme d'une main est reliée au bras au moyen du poignet. Les positions articulaires  $\{\theta_i\}$  déterminent la configuration du bras à qui correspond une position et une orientation unique de l'organe effecteur.

L'espace de travail du manipulateur appelé aussi espace de la tâche est composé de tout les points qui peuvent être atteints par l'extrémité du bras ou un point quelconque de son poignet (pas nécessairement l'organe effecteur puisque ce dernier peut être un outil interchangeable) [11].

Un paramètre important d'un manipulateur est le nombre de degrés de libertés (nombre d'articulations) qu'il possède pour déplacer et orienter un objet dans un espace à trois dimensions.

Un mécanisme doit avoir au maximum six degrés de libertés dont trois pour positionner l'organe effecteur vers un point prescrit dans l'espace de la tâche du manipulateur et les trois autres pour l'orienter proprement à cette position, ainsi un

bras ayant six articulations (six degrés de libertés). La configuration articulaire correspondant à une position et une orientation données de l'organe effecteur peut être unique à quelques variations finies dues aux jeux mécaniques engendrés par les organes de transmission [11].

Le bras humain peut être considéré comme ayant six articulations principales permettant six mouvements dont deux se trouvent au niveau de l'épaule (un mouvement de rapprochement et d'éloignement du corps et l'autre en avant et en arrière) et deux autres existent au niveau du coude ( un mouvement d'extension et de pliage du bras et l'autre un mouvement de rotation de la position frontale du bras autour de l'axe reliant le coude au poignet ), les deux derniers mouvements résident au niveau du poignet (mouvement d'élévation/abaissement et un mouvement de balayage).

Les bras robotiques peuvent être cinématiquement conçus redondants en leur conférant des degrés de libertés supplémentaires dans l'espace articulaire, ainsi un manipulateur est redondant quand le nombre  $n$  de ses articulations est supérieur à la dimension de l'espace de la tâche  $m$ .

Un manipulateur redondant est caractérisé par le fait qu'il peut avoir un nombre infini de configurations au niveau articulaire correspondant à plus de positions de l'organe effecteur dans l'espace du travail.

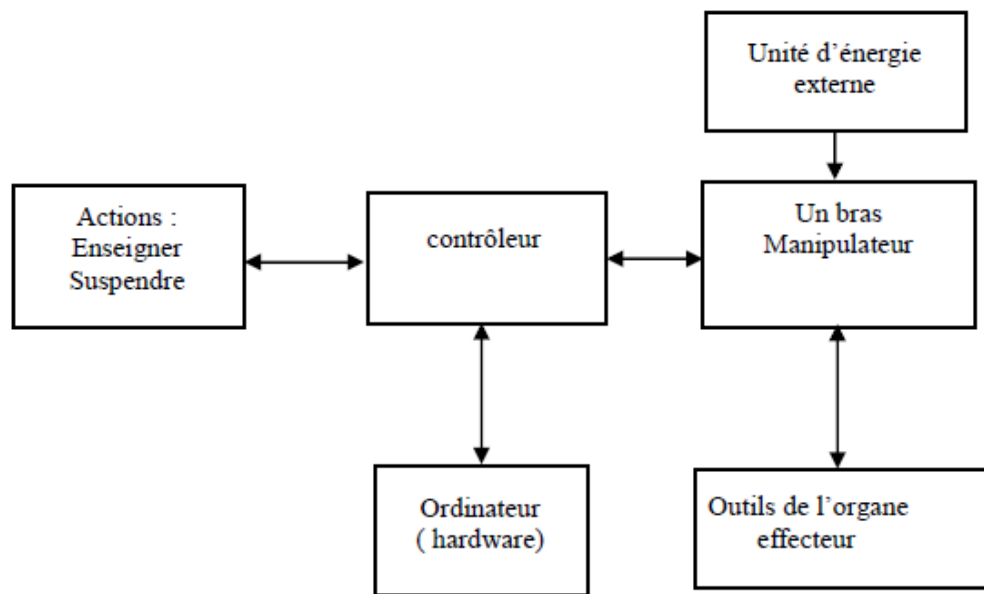
Alors que ce sur plus de degrés de libertés complique la programmation et les stratégies de contrôle par contre il augmente considérablement l'utilité du robot.

Mathématiquement, un bras robotique est décrit par ses équations cinématiques dynamiques et géométriques, la cinématique d'un bras introduit l'étude des relations entre les positions, vitesses et les accélérations de ses différentes parties; l'analyse cinématique est nécessaire pour la planification et l'exécution des mouvements désirés du manipulateur aussi bien que par des calculs dynamiques .

Les équations dynamiques d'un bras décrivent son évolution dans le temps en réponse à des forces externes, et des couples agissant sur ses actionneurs. Cependant un système robotique n'est pas seulement un bras manipulateur, en plus du bras, le système renferme aussi une source d'énergie externe, un outillage de l'extrémité du

bras, des capteurs externes et internes, des servomécanismes, le contrôleur et l'interface qui lui est associé (Fig. I.3).

Le contrôleur d'un robot peut être pris comme le cerveau qui commande les mouvements mécaniques du bras : il est responsable, en se basant sur les modèles cinématiques et dynamiques du bras et les mesures captées, de la génération de directives contrôlant les actionneurs des articulations, nécessaire pour la génération du mouvement désiré [11].



**Figure I.3 :** composantes d'un système robotique à un seul bras

## I. 2: Modélisations des robots manipulateurs

### I. 2. 1 Constituent d'un robot

la Figure I.4 représente les vocabulaires du robot[16] :

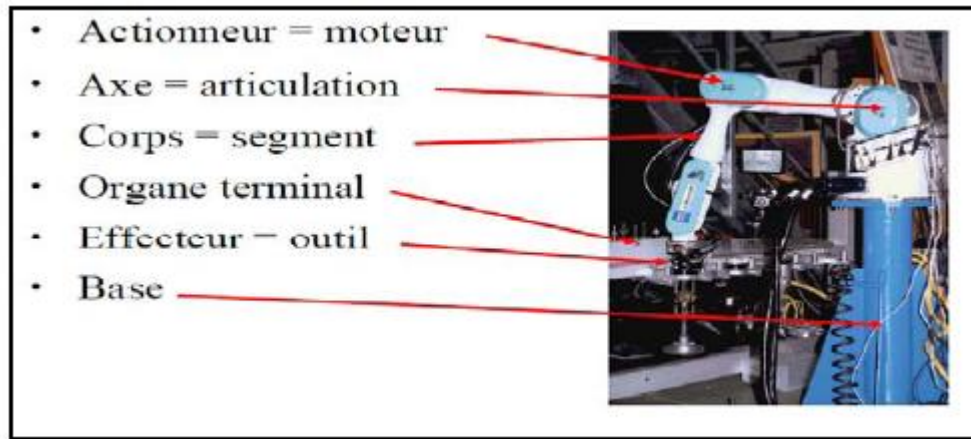


Figure I.4: vocabulaire du robot

On distingue classiquement 4 parties principales dans un robot manipulateur :

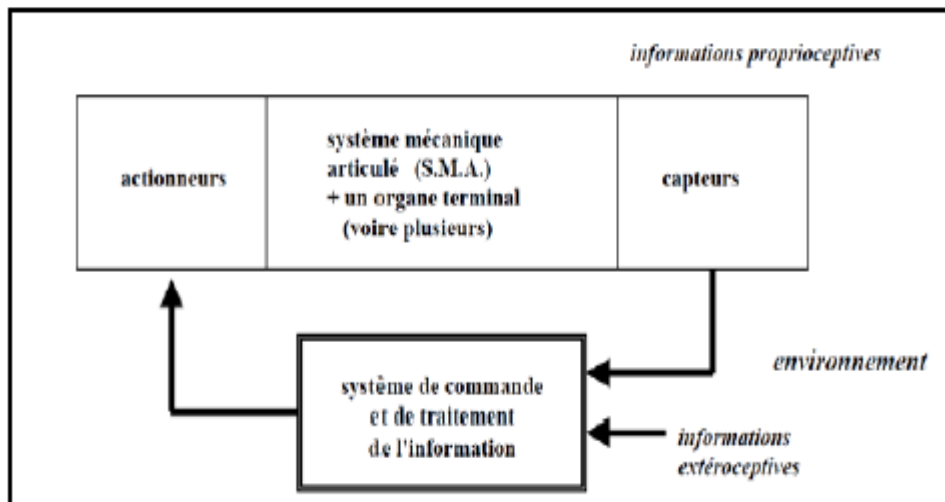


Figure I.5: parties principales dans un robot

## I. 2. 2: Structure mécanique et géométrique des robots

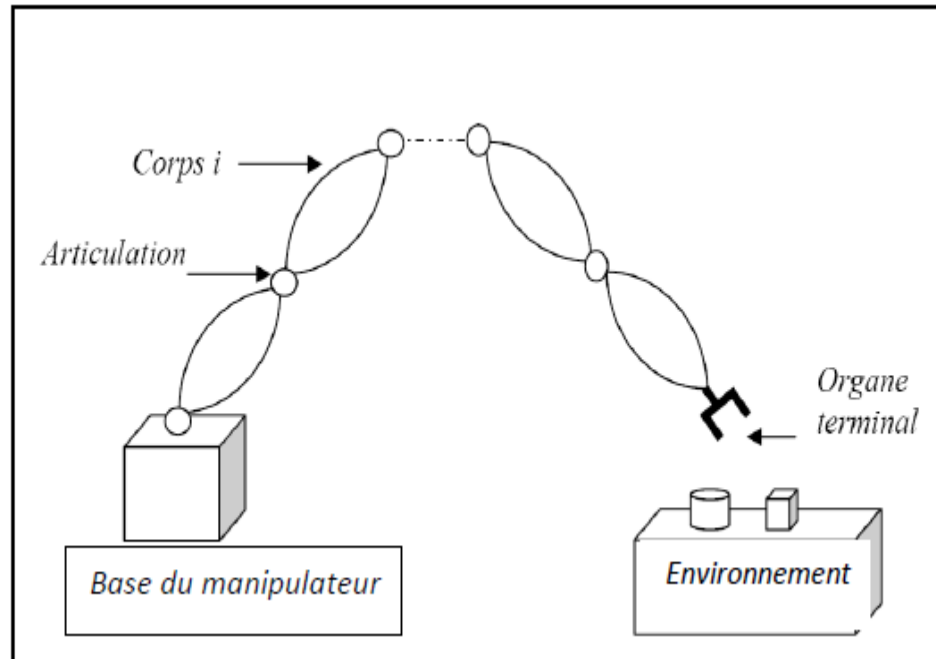
### 1.2.2.1 Structure mécanique

La structure mécanique du robot manipulateur peut être divisée en deux parties distinctes comme le montre la figure (I.6).

- **Organe terminal** : les tâches qui sont dévolues aux robots sont très variées. Pour chaque opération ou travail spécifique, l'organe terminal prend un aspect particulier.



- **Élément porteur:** il est composé d'un ensemble de corps souples ou rigides liés par des articulations, servant à déplacer l'organe terminal d'une configuration à une autre.



**Figure I.6 :** Robot à chaîne ouverte simple [4]

Avant de décrire les relations géométriques entre les différents corps du robot, on définit les notions suivantes [5].

- **Configuration :**

De manière classique, la *configuration* d'un système mécanique est connue quand la position de tous ses points dans  $R0$  est connue. Pour un bras manipulateur, elle est définie par un vecteur  $q$  de  $n$  coordonnées indépendantes appelées *coordonnées généralisées*. La configuration est alors naturellement définie sur un espace  $N$  dont la dimension  $n$  est appelée *indice de mobilité*.  $N$  est appelé *espace des configurations*. Les coordonnées généralisées correspondent aux grandeurs caractéristiques des différentes articulations : angles de rotation pour les liaisons rotoïdes et translations pour les liaisons prismatiques. On note :  $q=(q_1 q_2 \dots q_n)^T$

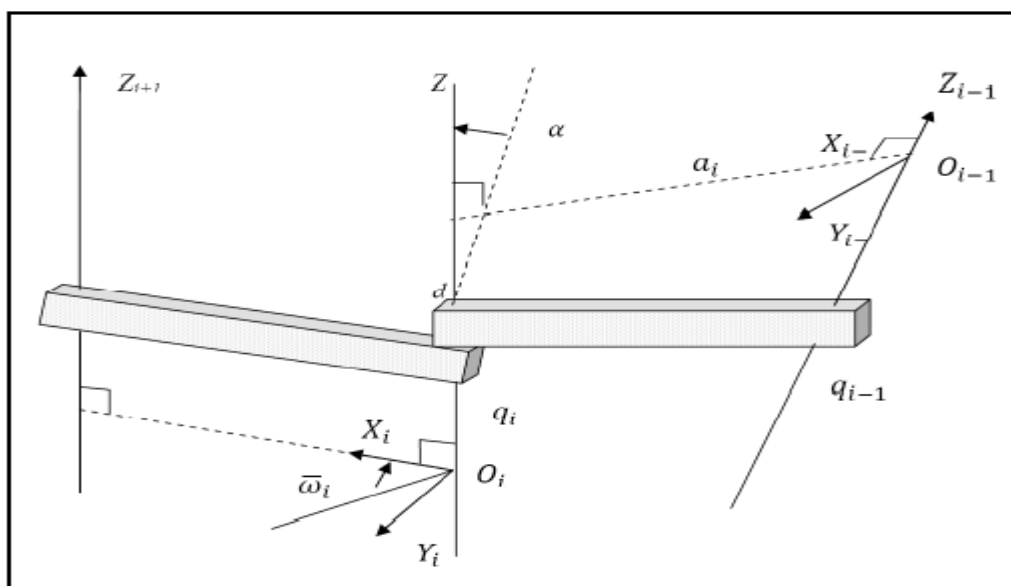
- **Situation de l'organe terminal**

La *situation*  $x$  de l'OT du bras manipulateur est alors définie par  $m$  coordonnées indépendantes, dites *coordonnées opérationnelles*, qui donnent la position et l'orientation de l'organe terminal dans  $R_0$  [6].

- **Degré de liberté:** nombre de paramètres utilisés pour spécifier la configuration d'un élément de la chaîne cinématique par rapport à un autre.
- **Degré de mobilité:** toute articulation est caractérisée par son degré de mobilité  $m$ , c'est-à-dire le nombre de degrés de liberté entre deux corps successifs de la chaîne cinématique ( $0 \leq m \leq 6$ ).
- **Espace articulaire:** représente l'état des corps composant le robot en fonction des variables articulaires, sa dimension  $n$  est égale au nombre de degrés de liberté du robot.
- **Espace opérationnel:** décrit la position et l'orientation de l'organe terminal du robot par rapport à un repère de référence, sa dimension est  $m \leq 6$ .

#### 1.2.2.2. Structure géométrique

Parmi les diverses méthodes utilisées pour déterminer la position et l'orientation de l'organe terminal par rapport au repère de référence, la plus répandue est celle de Denavit Hartenberg [6, 7] (figure I.7).



**Figure I.7 :** Représentation de Denavit-Hartenberg

Pour exprimer le passage du repère  $R_{i-1}$  au repère  $R_i$ , on définit les paramètres géométriques suivants :

- Translation selon  $X_{i-1}$  d'une distance  $a_i$ .
- Rotation autour de  $X_{i-1}$  d'un angle  $\alpha_i$ .
- Translation selon  $Z_i$  d'une distance  $d_i$ .
- Rotation autour de  $Z_i$  d'un angle  $\omega_i$ .

La matrice de transformation homogène est donnée comme suit:

$${}^{i-1}T_i = \text{trans}(x_{i-1}, a_i) \text{Rot}(x_{i-1}, \alpha_i) \text{trans}(Z_i, d_i) \text{Rot}(Z_i, \bar{\omega}_i)$$

$${}^{i-1}T = \begin{pmatrix} 100 & a_{i-1} \\ 010 & 0 \\ 001 & 0 \\ 000 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & 0 \\ 0 & s\alpha_{i-1} & -c\alpha_{i-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 100 & 0 \\ 010 & 0 \\ 001 & d_i \\ 000 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c\bar{\omega}_i & -s\bar{\omega}_i & 0 \\ c\bar{\omega}_i & c\bar{\omega}_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 01 \end{pmatrix}$$

$${}^{i-1}T = \begin{pmatrix} c\bar{\omega}_i & -s\bar{\omega}_i & 0 & d_{i-1} \\ c\alpha_{i-1}s\bar{\omega}_i & c\alpha_{i-1}c\bar{\omega}_i & -s\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1}d_i \\ s\alpha_{i-1}s\bar{\omega}_i & s\alpha_{i-1}c\bar{\omega}_i & c\alpha_{i-1} & -c\alpha_{i-1}d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{i-1}A_i & {}^{i-1}P_i \\ 0_3 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{I.1})$$

avec:

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} c\bar{\omega}_i & -s\bar{\omega}_i & 0 \\ c\alpha_{i-1}s\bar{\omega}_i & c\alpha_{i-1}c\bar{\omega}_i & -s\alpha_{i-1} \\ s\alpha_{i-1}s\bar{\omega}_i & s\alpha_{i-1}c\bar{\omega}_i & c\alpha_{i-1} \end{bmatrix}, \quad {}^{i-1}P_i = \begin{bmatrix} d_{i-1} \\ -s\alpha_{i-1}d_i \\ c\alpha_{i-1}d_i \end{bmatrix}$$

Si on désigne par :  ${}^0T_n$  la matrice de transformation reliant le repère  $R_n$  au repère  $R_0$  alors:

$${}^0T_n = {}^0T_1 {}^1T_2 \dots {}^{n-1}T_n \quad (\text{I.2})$$

### I. 2. 3 Modèle géométrique

#### I. 2. 3. 1 Modèle géométrique direct

Le modèle géométrique direct permet de déterminer la position et l'orientation de l'organe terminal du manipulateur par rapport à un repère de référence en fonction des variables articulaires et s'écrit :

$$X = f(q) \quad (I.3)$$

où :

$q = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T \in R^n$ : Vecteur des variables articulaires.

$X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in R^m$  : Vecteur des variables opérationnelles,  $m \leq n$ .

Par exemple, si le manipulateur se déplace dans l'espace on pose  $m=6$  (trois coordonnées pour la position et trois coordonnées pour la rotation). S'il se déplace dans un plan on pose  $m=2$  et si en plus on est concerné par la rotation on pose  $m=3$ .

La position de l'organe terminal peut être définie par des coordonnées cartésiennes, cylindriques ou sphériques. Le choix d'une structure particulière est guidé par les caractéristiques du robot, ainsi que par celle de la tâche à réaliser.

#### I. 2. 3. 2 Modèle géométrique inverse

Le modèle géométrique inverse permet de déterminer le vecteur des variables articulaires à partir du vecteur de coordonnées opérationnelles et s'écrit :

$$q = f^{-1}(X) \quad (I.4)$$

Parmi les méthodes utilisées pour déterminer le modèle géométrique inverse on cite :

- **Les méthodes géométriques** : permettent de déterminer le vecteur  $q$  par utilisation des transformations géométriques en tenant compte de la structure particulière du manipulateur considéré.

- **Les méthodes algébriques** : permettent de déterminer le vecteur  $q$  en effectuant des transformations algébriques sur l'équation (I.3). Parmi les méthodes utilisées on cite la méthode de Paul [4] qui consiste à multiplier successivement les deux membres du modèle géométrique direct par les matrices homogènes  ${}^{i-1}T_i$  avec  $(i=1, \dots, n-1)$  permettant ainsi d'isoler et d'identifier les variables articulaires l'une après l'autre.

Lors de la résolution du problème géométrique inverse on rencontre pratiquement les situations suivantes :

- Solutions en nombre fini lorsqu'elles peuvent être calculées sans ambiguïté.
- Aucune solution possible lorsque la position désirée ne peut être atteinte par le manipulateur.
- Plusieurs solutions possibles lorsque le manipulateur est redondant ou lorsqu'il passe par une configuration singulière.

## I. 2. 4 Modèle cinématique

### I. 2. 4. 1 Modèle cinématique direct

Le modèle cinématique direct permet de déterminer la vitesse de l'organe terminal dans l'espace opérationnel en fonction de la vitesse des variables articulaires [8]. Le modèle est décrit par l'équation :

$$\dot{X} = J(q)\dot{q} \quad (\text{I.5})$$

où :

$J(q) \in R^{m \times n}$  est la matrice jacobienne.

L'une des méthodes utilisées pour le calcul de la matrice jacobienne est la dérivation du modèle géométrique direct :

$$J(q) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial q_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial f_m}{\partial q_n} \end{bmatrix} \quad (\text{I.6})$$

**I. 2. 4. 2 Modèle cinématique inverse**

Le modèle cinématique inverse permet de déterminer la vitesse des variables articulaires en fonction de la vitesse des variables opérationnelles. Pour les manipulateurs non redondants ( $n=m$ ), le modèle s'écrit :

$$\dot{q} = J^{-1}(q) \dot{X} \quad (I.7)$$

La solution de l'équation (I.7) existe si  $J$  est de rang plein, cela est valable tant que le manipulateur ne passe pas par une configuration singulière. Pour les manipulateurs redondants, le modèle cinématique inverse admet plusieurs solutions possibles. Le choix d'une parmi plusieurs est guidé par l'optimisation d'une fonction objective. Les méthodes employées pour résoudre un tel problème peuvent être classées en deux groupes :

- Méthodes d'optimisation cinématique.
- Méthodes d'optimisation dynamique.

**I. 2. 4. 2. 1 Méthodes d'optimisation cinématique**

Ces méthodes ne prennent en considération que la cinématique du robot manipulateur. Par exemple, d'après Whitney [4], le problème consiste à :

Minimiser:

$$Q = \frac{1}{2} \dot{q}^T \dot{q} \quad (1.8)$$

Soumis à:

$$\dot{X} = J(q) \dot{q}$$

avec  $Q$  l'énergie du système.

La solution générale du problème de minimisation est donnée par :

$$\dot{q} = J^+(q) \dot{X} = J^T (JJ^T)^{-1} \dot{X} \quad (I.9)$$

$J^+ \in R^{m \times n}$  est la matrice pseudo-inverse généralisée de  $J$ .

La solution de (I.8) est valable tant que le manipulateur ne passe pas par une configuration singulière. Pour éliminer cet inconvénient une méthode dite RSI (Robust Singular Inverse) basée sur la méthode des moindres carrés amortis a été développée, qui permet de franchir les positions singulières avec une trajectoire continue [5].

Le problème est formulé de la manière suivante :

Minimiser:

$$Q = \frac{1}{2} (J\dot{q} - \dot{X})^T (J\dot{q} - \dot{X}) + \frac{1}{2} \dot{q}^T \alpha I \dot{q} \quad (\text{I.10})$$

avec  $I \in \mathbb{R}^{n \times m}$  une matrice identité

La solution est donnée par l'équation :

$$\dot{q} = J^T (JJ^T + \omega_s I)^{-1} \dot{X} \quad (\text{I.11})$$

Le facteur  $\omega_s$  est dit facteur de stabilisation.

#### I. 2. 4. 2. 2 Méthodes d'optimisation dynamique

Ces méthodes prennent en considération la dynamique du manipulateur pour résoudre le problème de redondance. Deux types de critères sont utilisés, l'optimisation des couples et l'optimisation de l'énergie.

- **Optimisation des couples :**

Le problème est formulé de la manière suivante :

Minimiser:

$$Q = \frac{1}{2} \left[ \tau - \frac{\tau^+ - \tau^-}{2} \right]^T P \left[ \tau - \frac{\tau^+ - \tau^-}{2} \right]$$

Soumis à :

$$\dot{X} = J\ddot{q} + \dot{J}\dot{q} \quad (\text{I.12})$$

Et

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q)$$

$$P = \text{diag} \left[ \frac{1}{(\tau_i^+ - \tau_i^-)^2} \right], \text{ est une matrice de pondération .}$$

$(\tau_i^+, \tau_i^-)$  : représentent respectivement les limites supérieure et inférieure du couple  $\tau_i$  transmis à l'articulation  $i$  , L'objectif consiste à placer  $\tau$  proche de  $\left( \frac{(\tau_i^+ - \tau_i^-)}{2} \right)$  en minimisant  $Q$

La solution est donnée comme suit :

$$\dot{q}_{opt} = E(\ddot{X} - \dot{J}\dot{q}) + c \quad (\text{I.13})$$

avec :

$$\begin{cases} E = (M^T P M)^{-1} J^T [J (M^T P M)^{-1} J^T]^{-1} \\ c = (EJ - I) M^{-1} \left[ C\dot{q} + G - \frac{\tau_i^+ - \tau_i^-}{2} \right] \end{cases} \quad (\text{I.14})$$

- **Optimisation de l'énergie :**

La fonction objective à minimiser utilise la matrice d'inertie du robot. Le problème consiste donc à :

Minimiser :

$$Q = \frac{1}{2} \dot{q}^T M \dot{q} \quad (\text{I.15})$$

Soumis à:

$$\dot{X} = J\dot{q}$$

La solution du problème précédent est définie par :



$$\begin{cases} \dot{q} = J_M^+ \dot{X} \\ q = J_M^+ (\ddot{X} - \dot{J}\dot{q}) \end{cases} \quad (\text{I.16})$$

avec :

$J_M^+ = M^{-1} J^T (J M^{-1} J^T)^{-1}$  est la matrice pseudo-inverse pondérée de l'inertie

## I. 2. 5 Modèle dynamique

### I. 2. 5. 1 Modèle dynamique inverse

Le modèle dynamique inverse exprime les couples exercés par les actionneurs en fonction des positions, vitesses et accélérations des articulations. Les formalismes les plus utilisés pour le calcul du modèle dynamique inverse sont [9] :

- Formalisme de Lagrange.
- Formalisme de Newton-Euler.

#### I. 2. 5. 1. 1 Formalisme de Lagrange

Les équations de Lagrange opèrent à partir de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle d'un système. Le Lagrangien  $L$  s'écrit :

$$L = EC - EP \quad (\text{I.17})$$

où :

$EC$  et  $EP$  représentent respectivement les énergies cinétique et potentielle du système. Les équations de Lagrange sont définies par :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = \tau_i \quad (\text{I.18})$$

Pour le calcul du modèle dynamique d'une chaîne cinématique (figure I.8), on définit les paramètres suivants pour chaque corps  $i$  de la chaîne cinématique :

$m_i$ : Masse du corps  $i$  de la chaîne cinématique.

$i_r = [i_{r_x}, i_{r_y}, i_{r_z}]^T$  Vecteur du centre d'inertie du corps  $i$  exprimé dans le repère  $R_i$ .

$mi_r = [mi_{r_x}, mi_{r_y}, mi_{r_z}]^T$ : Premier moment du corps  $i$  autour de  $O_i$ , exprimé dans  $R_i$ .

$$iI_i = \begin{bmatrix} iI_{ixx} & iI_{ixy} & iI_{ixz} \\ iI_{ixy} & iI_{iyy} & iI_{iyz} \\ iI_{ixz} & iI_{iyz} & iI_{izz} \end{bmatrix} : \text{Tenseur d'inertie du corps } i \text{ en } O_i, \text{ exprimé dans } R_i.$$

où :

$$iI_{ixx} = \int (i r_y^2 + i r_z^2) dm_i : \text{Moment d'inertie .}$$

$$iI_{ixy} = \int i r_x i r_y dm_i : \text{Produit d'inertie .}$$

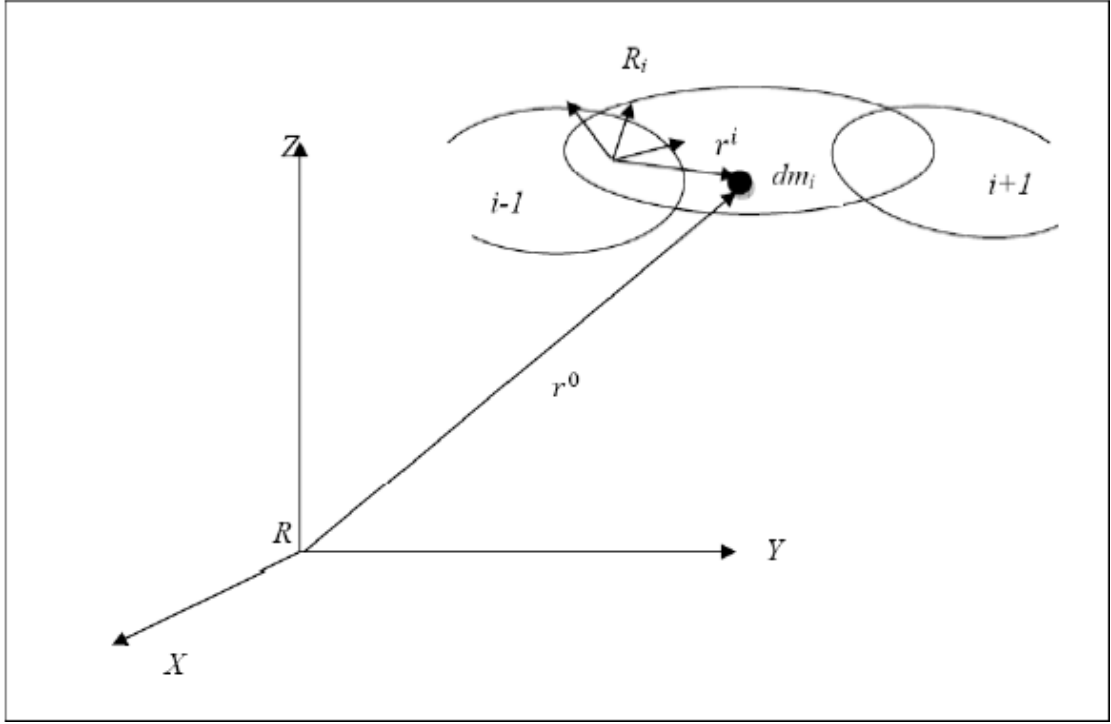
$$i\hat{S}_i = [i\hat{S}_{ix}, i\hat{S}_{iy}, i\hat{S}_{iz}]^T : \text{Position du centre de masse du corps } i$$

exprimée dans  $R_i$  .

$$H_i = \int i r i r^T dm_i : \text{Matrice des pseudo-inerties du corps } i.$$

$$H_i = \begin{bmatrix} \frac{-I_{ixx} + I_{iyy} + I_{izz}}{2} & I_{ixy} & I_{ixz} & m_i \hat{S}_{ix} \\ I_{ixy} & \frac{I_{ixx} + I_{iyy} + I_{izz}}{2} & I_{iyz} & m_i \hat{S}_{iy} \\ I_{ixz} & I_{iyz} & \frac{I_{ixx} + I_{iyy} + I_{izz}}{2} & m_i \hat{S}_{iz} \\ m_i \hat{S}_{ix} & m_i \hat{S}_{iy} & m_i \hat{S}_{iz} & m_i \end{bmatrix}$$

La définition reste la même pour les autres éléments du tenseur.



**Figure I.8 :** Représentation d'un point  $r^i$  de la chaîne cinématique

L'énergie cinétique du corps  $i$  est donnée par :

$$EC_i = \int_{corps} \frac{1}{2} {}^0\dot{r}^T {}^0\dot{r} dm = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i tr \left( \frac{\partial {}^0T_i}{\partial q_j} H_i \frac{\partial {}^0T_i^T}{\partial q_k} \right) \dot{q}_j \dot{q}_k \quad (I.19)$$

$tr$  : signifie trace de la matrice, elle est égale à la somme des éléments de la diagonale. L'énergie potentielle du corps  $i$  est donnée par :

$$EP_i = -m_i \tilde{g}^T {}^0T_i^i \hat{S}_i \quad (I.20)$$

$\tilde{g} = (\tilde{g}_x, \tilde{g}_y, \tilde{g}_z)^T$  : Vecteur des accélérations de la gravité exprimé dans  $R0$ . Le Lagrangien pour l'ensemble des corps du manipulateur est :

$$L = \sum_{i=1}^n (EC_i - EP_i) \quad (I.21)$$

Par substitution de (1.21) dans (1.18) on obtient :

$$\tau = \sum_{k=i}^n \sum_{j=1}^k \text{tr} \left( \frac{\partial^0 T_k}{\partial q_j} H_k \frac{\partial^0 T_k^T}{\partial q_i} \right) \ddot{q}_j + \sum_{k=i}^n \sum_{j=1}^k \sum_{m=1}^k \text{tr} \left( \frac{\partial^2 T_k}{\partial q_j \partial q_m} H_k \frac{\partial^2 T_k^T}{\partial q_i} \right) \dot{q}_j \dot{q}_m - \sum_{j=1}^n m_j \tilde{g}^T \frac{\partial^0 T_j}{\partial q_i} j \hat{S}_i \quad (\text{I.22})$$

Le modèle obtenu peut être mis sous la forme matricielle suivante :

$$\tau = M(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q) \quad (\text{I.23})$$

où :

$$\begin{cases} M_{ij} = \sum_{k=\max(i,j)}^n \text{tr} \left( \frac{\partial^0 T_k}{\partial q_j} H_k \frac{\partial^0 T_k^T}{\partial q_i} \right) \\ C(q, \dot{q}) = \sum_{j=1}^n \sum_{m=1}^n \sum_{k=\max(i,j,m)}^k \text{tr} \left( \frac{\partial^2 T_k}{\partial q_j \partial q_m} H_k \frac{\partial^2 T_k^T}{\partial q_i} \right) \dot{q}_j \dot{q}_m \\ G(q) = \sum_{j=1}^n m_j \tilde{g}^T \frac{\partial^0 T_j}{\partial q_i} j \hat{S}_j \end{cases} \quad (\text{I.24})$$

$M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ : Matrice d'inertie du manipulateur, symétrique et régulière.

$C(q, \dot{q}) \dot{q} \in \mathbb{R}^n$  : Vecteur des termes de Coriolis et centrifuges.

$G(q) \in \mathbb{R}^n$  : Vecteur des actions de la gravité

### I. 2. 5. 1. 2 Formalisme de Newton-Euler

Le formalisme de Newton-Euler est basé sur les théorèmes généraux de la mécanique. Il ne nécessite pas le calcul extrinsèque des coefficients dynamiques du robot. Le modèle est obtenu par double récurrence [9] :

➤ Récurrence de la base du robot vers l'organe terminal pour le calcul des vitesses et accélérations des corps puis du tenseur dynamique :

$${}^i \omega_i = \begin{cases} {}^{i-1} A_i^T {}^{i-1} \omega_{i-1} + e_z \dot{q}_i \text{ si } Ro \\ {}^{i-1} A_i^T {}^{i-1} \omega_{i-1} \text{ si } Pr \end{cases} \quad (\text{I.25})$$

$${}^i\dot{\omega}_i = \begin{cases} {}^{i-1}A_i^T {}^{i-1}\omega_{i-1} + e_z \ddot{q}_i + ({}^{i-1}A_i^T {}^{i-1}\omega_{i-1}) \otimes e_z \dot{q}_i \text{ si Ro} \\ {}^{i-1}A_i^T {}^{i-1}\dot{\omega}_{i-1} \text{ si Pr} \end{cases} \quad (\text{I.26})$$

$$\ddot{P}_i = \begin{cases} {}^{i-1}A_i^T \left[ {}^{i-1}\ddot{P}_{i-1} + {}^{i-1}\dot{\omega}_{i-1} \otimes {}^{i-1}\hat{P}_i + {}^{i-1}\omega_{i-1} \otimes ({}^{i-1}\omega_{i-1} \otimes {}^{i-1}\hat{P}_i) \right] \text{ si Ro} \\ {}^{i-1}A_i^T \left[ {}^{i-1}\ddot{P}_{i-1} + {}^{i-1}\dot{\omega}_{i-1} \otimes {}^{i-1}\hat{P}_i + {}^{i-1}\omega_{i-1} \otimes ({}^{i-1}\omega_{i-1} \otimes {}^{i-1}\hat{P}_i) \right] \text{ si Pr} \\ + 2({}^{i-1}A_i^T {}^{i-1}\omega_{i-1}) \otimes (e_z \dot{q}_i) + e_z \ddot{q}_i \end{cases} \quad (\text{I.27})$$

$${}^i\ddot{S}_i = {}^i\ddot{P}_i + {}^i\dot{\omega}_i \otimes {}^i\hat{S}_i + {}^i\omega_i \otimes ({}^i\omega_i \otimes {}^i\hat{S}_i) \quad (\text{I.28})$$

$${}^i\hat{f}_i = m_i {}^i\hat{S}_i \quad (\text{I.29})$$

$${}^i\hat{n}_i = {}^iI_i {}^i\omega_i + {}^i\omega_i \otimes ({}^iI_i {}^i\omega_i) \quad (\text{I.30})$$

➤ Récurrence de l'organe terminal vers la base pour le calcul des couples actionneurs :

$${}^i\hat{f}_i = {}^iA_{i+1} {}^{i+1}\hat{f}_{i+1} + {}^i\hat{f}_i \quad (\text{I.31})$$

$${}^i\hat{n}_i = {}^iA_{i+1} {}^{i+1}\hat{n}_{i+1} + {}^i\hat{n}_i + {}^i\hat{S}_i \otimes {}^i\hat{f}_i + {}^i\hat{P}_{i+1} \otimes ({}^iA_{i+1} {}^{i+1}\hat{f}_{i+1}) \quad (\text{I.32})$$

$$\tau_i = \begin{cases} e_z^T {}^i\hat{n}_i \text{ si Ro} \\ e_z^T {}^i\hat{f}_i \text{ si Pr} \end{cases} \quad (\text{I.33})$$

avec :

$$e_z = [0 \quad 0 \quad 1]^T \quad (\text{I.34})$$

Ro: Liaison rotoïde.

Pr : Liaison prismatique.

${}^i\omega_i$  et  ${}^i\ddot{P}_i$  : Vitesse et accélération du repère  $R_i$  exprimées dans  $R_i$ .

${}^i f_i$  et  ${}^i n_i$  : Force et moment appliqués à l'articulation  $i$ .

${}^i \hat{f}_i$  et  ${}^i \hat{n}_i$  : Force et moment appliqués au centre de masse du corps  $i$ . et :

$$\omega \otimes = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}$$

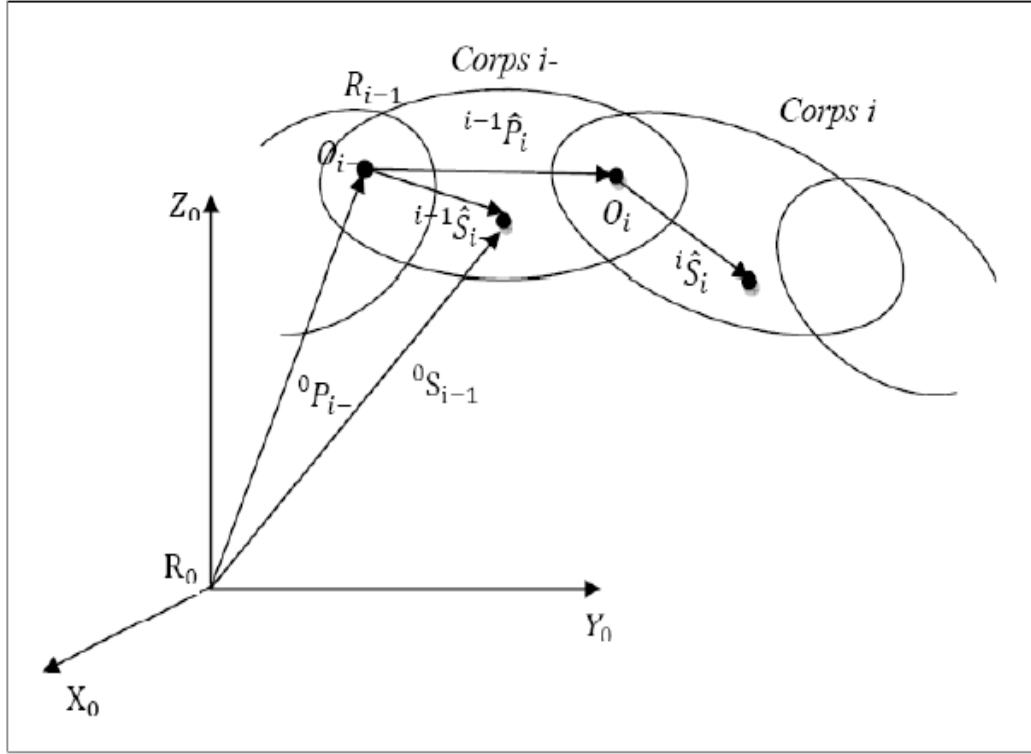
Si aucune force et aucun moment n'est exercé sur le manipulateur on prend comme condition terminale :

$$\begin{cases} {}^{i+1} f_{i+1} = 0 \\ {}^{i+1} n_{i+1} = 0 \end{cases} \quad (\text{I.34})$$

et les conditions initiales :

$${}^0 \ddot{P}_0 = - \left[ \tilde{g}_x \tilde{g}_y \tilde{g}_z \right]^T \quad (\text{I.36})$$

$$\begin{cases} {}^0 \omega_0 = 0 \\ {}^i \dot{\omega}_i = 0 \end{cases} \quad (\text{I.37})$$



**Figure I.9** : Formalisme de Newton-Euler

S'il est nécessaire de considérer les frottements aux niveaux des articulations on ajoute un terme  $\tau_f$  aux équations (I.22) ou (I.33). On obtient alors :

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + \tau_f \quad (\text{I.38})$$

$$\tau_i = \begin{cases} e_z^T {}^i n_i + \tau_{fi} siRo \\ e_z^T {}^i f_i + \tau_{fi} si Pr \end{cases} \quad (\text{I.39})$$

Différents modèles mathématiques peuvent être utilisés pour exprimer  $\tau_f$ . Pour une modélisation simple, on choisit :

$$\tau_{fi} = k_{fvi}\dot{q}_i + k_{fci} \text{sgn}(\dot{q}_i) \quad (\text{I.40})$$

où :

$k_{fvi}$  et  $k_{fci}$  sont respectivement le coefficient des frottements visqueux et celui de Coulomb

$$\text{sgn}(\dot{q}_i) = \begin{cases} -1 & \text{si } \dot{q}_i < 0 \\ 0 & \text{si } \dot{q}_i = 0 \\ 1 & \text{si } \dot{q}_i > 0 \end{cases} \quad (\text{I.40})$$

### I. 2. 5. 2 Modèle dynamique direct

Le modèle dynamique direct exprime la position, la vitesse et l'accélération des articulations en fonction du couple appliqué [10]. Il est obtenu par inversion du modèle précédant et s'écrit :

$$\ddot{q} = M^{-1}(q)(\tau - C(q, \dot{q}) - G(q) - \tau_f) \quad (\text{I.41})$$

### I. 2. 6 Comparaison entre les deux formalismes

Le formalisme de Lagrange est le plus adapté pour le calcul du modèle dynamique direct, il est souvent employé pour la modélisation et la simulation du système. Par contre le formalisme de Newton-Euler est utilisé pour la commande en temps réel car il offre une réduction considérable dans le temps de calcul du modèle dynamique inverse comme le montre le tableau (I.1).

Formalisme	Multiplication	Addition
<b>Lagrange</b>	$32\frac{1}{2}n^4 + 86\frac{5}{12}n^3 + 171\frac{1}{4}n^2 + 53\frac{1}{3}n - 128$	$25n^4 + 66\frac{1}{3}n^3 + 129\frac{1}{2}n^2 + 42\frac{1}{3}n - 96$
<b>Newton-Euler</b>	$150n - 48$	$131n - 48$

**Tableau I.1** : Nombre d'opérations effectuées par chaque formalisme [5]



### **I.3 Conclusion**

Nous avons abordé dans ce chapitre les différentes structures et les modèles des bras manipulateurs, on a constaté d'après cette approche que l'extraction du modèle d'un bras consiste à savoir toutes ses caractéristiques géométriques et mécaniques et nous avons vu aussi les deux méthodes essentielles pour obtenir le model dynamiques des bras manipulateurs, il s'agit de la méthode de Newton-Euler et de Lagrange.

On a constaté durant ce chapitre que l'obtention de différents modèles n'est pas aisée, la difficulté variant selon la complexité de la cinématique de la chaîne articulée. Entrent en ligne de compte le nombre de degrés de liberté, le type des articulations mais aussi le fait que la chaîne peut être ouverte simple, arborescente ou fermée.

# CHAPITRE II

## MODELISATION DU SYSTEME

---

---

# ***contenu***

### *II.1 Introduction*

### *II.2 Modélisation géométrique*

#### *II.2.1 Modélisation géométrique directe (MGD)*

#### *II.2.2 Modélisation géométrique inverse (MGI)*

### *II.3 Modèle cinématique*

#### *II.3.1 Introduction*

#### *II.3.2 Modèle cinématique direct (MCD)*

#### *II.3.3 Modèle cinématique inverse (MCI)*

### *II.4 Modélisation dynamique*

#### *II.4.1 Introduction*

#### *II.4.2 Formalisme de Lagrange-Euler*

#### *II.4.3 Application du modèle dynamique par le formalisme de Lagrange- Euler pour un bras manipulateur à 2ddl*

### *II.5 GÉNÉRATION DE MOUVEMENT*

### *II.6 conclusion*

**II.1 Introduction**

Dans ce chapitre nous allons représenter le comportement du robot par des équations algébriques, nous faisons appel à des notions mathématiques d'un point de vue position (*Modèle géométrique*) ou d'un point de vue vitesse (*modèle cinématique*) ou d'un point de vue des efforts mis en jeu (*modèle dynamique*). Les coordonnées articulaires et opérationnelles sont les paramètres qui caractérisent le modèle du robot. Les premières permettent au mécanisme de modifier sa géométrie et les secondes déterminent la position et l'orientation de l'organe terminal.

**II.2 Modélisation géométrique**

Les modèles géométriques les plus usuelles sont établis sous des formes variées telles que  $h(X, q) = 0$  ou  $X = F(q)$  ou  $q = g(X)$ . Il s'agit d'un problème trivial dans certains cas, fort complexe dans d'autre cas, voire impossible quand interviennent des liaisons dites non holonomes.

**II.2.1 Modélisation géométrique directe (MGD)**

Le modèle géométrique direct d'un robot permet de calculer les coordonnées opérationnelles  $X$  donnant la position de l'organe terminal en fonction des coordonnées articulaires  $q$  sous la forme :

$$X = F(Q) \tag{II.1}$$

Avec  $F$  une fonction non linéaire en général qui relie les deux vecteurs de coordonnées opérationnelles  $X$  et coordonnées articulaires  $Q$ .

$$\begin{aligned} X &= (X_1, X_2, \dots, X_m)^T \\ Q &= (q_1, q_2, \dots, q_m)^T \end{aligned} \tag{II.2}$$

## Exemple

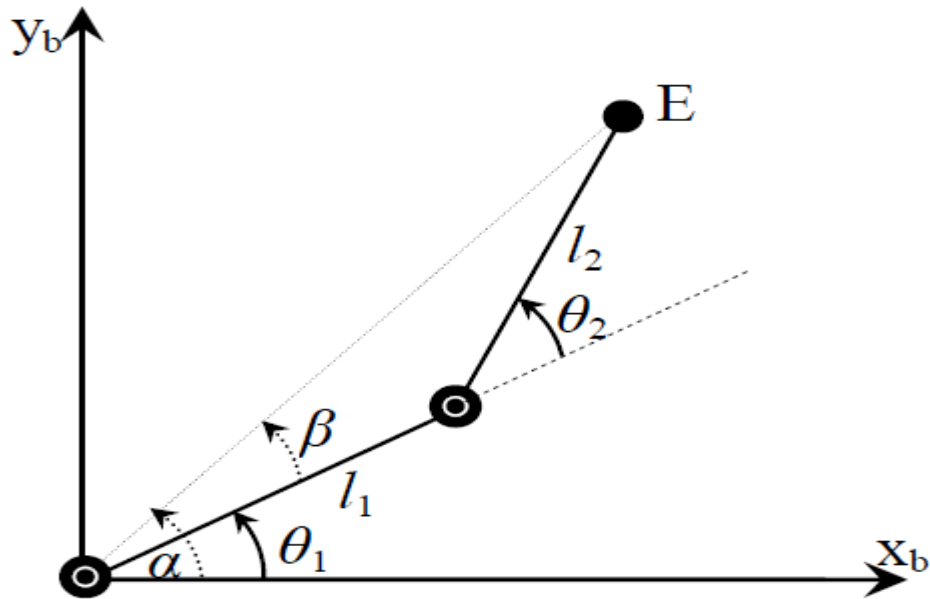


Figure II.1 Structure du manipulateur à deux degrés de liberté étudié

Le modèle géométrique direct qui décrit le bras manipulateur est :

$$\begin{aligned} X &= L_1 \cos(q_1) + L_2 \cos(q_1 + q_2) \\ Y &= L_1 \sin(q_1) + L_2 \sin(q_1 + q_2) \end{aligned} \quad (\text{II.3})$$

Les relations (II.3) expriment le modèle géométrique direct qui est bien de la forme générale (II.1).

$$q_1 = \theta_1 \text{ et } q_2 = \theta_2$$

### II.2.2 Modélisation géométrique inverse (MGI)

Le modèle géométrique inverse consiste à trouver le système d'équations qui exprime les coordonnées généralisées  $q$  en fonction des coordonnées opérationnelles  $X$ .

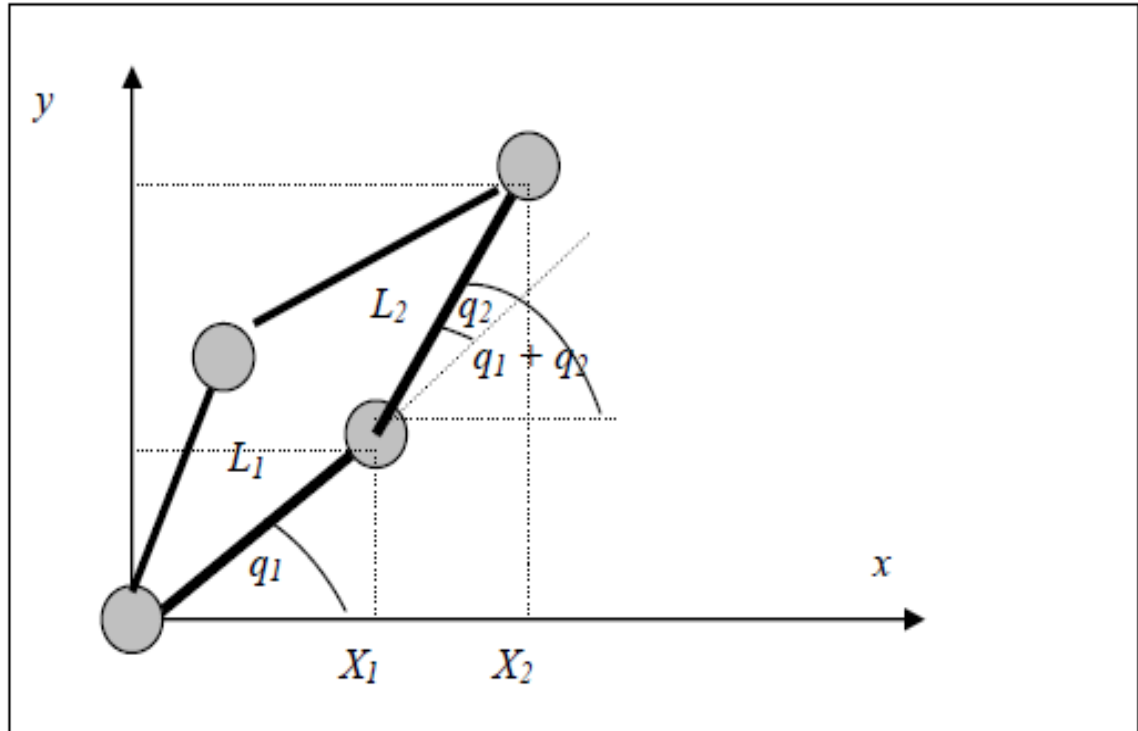


Figure II.2 Représentation d'un bras manipulateur

$$q_i = F^{-1}(x_i) \quad (\text{II.4})$$

Il s'agit d'inverser le système (II.3).  $q_2 = \pm \theta_2$

Où

$$\theta_2 = \text{Arc cos} \left\{ \left[ x^2 + y^2 - (L_1^2 + L_2^2) \right] / 2L_1L_2 \right\} \quad (\text{II.5})$$

$$0 < \alpha < \pi$$

Reprenant le système (II.3) :

Cos (q1+q2) et sin (q1+q2) :

$$\begin{aligned} X &= (L_1 + L_2 \cos q_2) - L_2 \sin q_1 \sin q_2 \\ Y &= (L_1 + L_2 \cos q_2) \sin q_1 + L_2 \cos q_1 \sin q_2 \end{aligned} \quad (\text{II.6})$$

D'où :

$$\theta_1 = a \tan 2 \left\{ \frac{[Y (L_1 + L_2 \cos q_2) - X * L_2 \sin q_2]}{[X (L_1 + L_2 \cos q_2) + Y * L_2 \sin q_2]} \right\} \quad (\text{II.7})$$

Les équations (II.5), (II.7) constituent le MGI on observe qu'il y a deux solutions, représenté figure (II.1), on deux postures différentes du bras l'une dite "coude haut", l'autre dite "coude bas".

L'inversion d'un modèle géométrique direct n'est pas toujours possible, et lorsque la solution existe elle n'est pas toujours unique.

Alors dans le modèle géométrique inverse le problème se pose dans la détermination des valeurs que doivent prendre les variables articulaires; si cette solution existe et est unique, elle représentera donc une commande en position.

### **II.3 Modèle cinématique**

#### **II.3.1 Introduction**

La cinématique complète la modélisation géométrique en établissant les relations entre les vitesses des paramètres articulaire ( $\dot{q}$ ) et le couple vitesse de rotation, vitesse d'un point de l'effecteur que l'on désignera pour l'instant par la notation ( $\dot{x} = J\dot{q}$ ).

La propriété évidente du modèle cinématique est sa linéarité par rapport aux vitesses.

#### **II.3.2 Modèle cinématique direct (MCD)**

Le modèle cinématique direct permet de déterminer la vitesse d'un point de l'effecteur et la vitesse de rotation en fonction des vitesses articulaire ( $\dot{q}_i$ ),  $i = 1$  à  $n$ .

(M C D) est de la forme [12], [13]:

$$\dot{x} = J(q)\dot{q} \quad (\text{II.8})$$

$\dot{x}$  : Vitesse de l'effecteur par rapport au repère de base.

$\dot{q}$  : Vitesse des coordonnées généralisées.

$J$  : La matrice Jacobienne définie par :

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial q_1} & \frac{\partial F_1}{\partial q_2} & \dots & \dots & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial q_n} \\ \frac{\partial F_2}{\partial q_1} & \frac{\partial F_2}{\partial q_2} & \dots & \cdot & \cdot & \frac{\partial F_2}{\partial q_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial F_m}{\partial q_1} & \frac{\partial F_m}{\partial q_2} & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial F_m}{\partial q_n} \end{bmatrix} \quad (\text{II.9})$$

Avec :

n : Degré de liberté du robot.

m : Degré de mobilité du robot.

Pour le bras manipulateur le M G D s'écrit :

Exemple :

$$MGD \Rightarrow X = F(q) \Rightarrow X = L_1 \cos q_1 + L_2 \cos(q_1 + q_2) = F_1(q_1, q_2) \quad (\text{II.10})$$

$$Y = L_1 \sin q_1 + L_2 \sin(q_1 + q_2) = F_2(q_1, q_2)$$

Le Jacobien J est :

$$J = \frac{\partial F}{\partial q} \Rightarrow J = \begin{bmatrix} -L_1 \sin q_1 - L_2 \sin(q_1 + q_2) & -L_2 \sin(q_1 + q_2) \\ L_1 \cos q_1 + L_2 \cos(q_1 + q_2) & L_2 \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \quad (\text{II.11})$$

### II.3.3 Modèle cinématique inverse (MCI)

Le but de ce modèle consiste à trouver les vitesses articulaires qui génèrent la vitesse désirée du point terminal. Sa détermination consiste à inverser la matrice Jacobienne, qui n'est pas toujours possible.

Le modèle cinématique inverse est de la forme :

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{x}} \quad (\text{II.12})$$

Deux cas peuvent se présenter :

- $\det \mathbf{J} \neq 0$
- $\det \mathbf{J} = 0$

Considérons donc le nombre de degré de liberté ( $n$ ) et le nombre de degré de mobilité( $m$ )

1- Si  $m = n$ , alors ( $\mathbf{J}$ ) est une matrice carrée, dans ce cas :

- $\det \mathbf{J} \neq 0$  ; alors ( $\mathbf{J}^{-1}$ ) existe et la solution de  $\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{x}}$  est unique
- $\det \mathbf{J} = 0$  ; la configuration pour laquelle  $\det \mathbf{J} = 0$  est dite singulière; cela signifie que le rang de la matrice ( $\mathbf{J}$ ) est inférieur à ( $m$ ) c'est-à-dire qu'il y a des combinaisons linéaires entre les coordonnées opérationnelles  $\mathbf{X}_i$ .

Si  $m > n$  ; pour toutes les configurations, le robot est redondant, il existe une infinité de solutions du problème du modèle cinématique inverse.

## **II.4 Modélisation dynamique**

### **II.4.1 Introduction**

On s'intéresse ici aux efforts des actionneurs produits par les mouvements du S. M. A. Il s'agit d'établir les équations différentielles non linéaires qui relient les efforts actionneurs  $\mathbf{F}_i(\mathbf{t})$  aux variables articulaires  $\mathbf{q}_i(\mathbf{t})$ , aux vitesses articulaires  $\dot{\mathbf{q}}_i(\mathbf{t})$  et aux accélérations articulaires  $\ddot{\mathbf{q}}_i(\mathbf{t})$ .

L'ensemble de ces équations constitue ce qu'il est d'usage d'appeler le modèle dynamique du manipulateur.

Pour cela il existe plusieurs formalisme de modélisation telle que, le formalisme de *Newton-Euler*, le formalisme de *Lagrange-Euler*, le principe d'*Alembert*, etc....



Pour notre étude on s'intéresse au formalisme de *Lagrange-Euler*.

#### **II.4.2 Formalisme de Lagrange-Euler**

Les équations dites de *Lagrange* permettent d'obtenir directement les relations entre les couples aux articulations et les mouvements des variables articulaires.

Il s'agit donc, pour un robot ayant  $(i)$  articulations de  $(i)$  équations différentielles du second ordre obtenues à partir des expressions.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial q_i} \right) = \Gamma_i \quad (\text{II.13})$$

Avec  $L = E_c - E_p$  est la fonction de *Lagrange*, égale à la différence entre l'énergie cinétique totale  $E_c$  et l'énergie potentielle  $E_p$  du mécanisme.

$\Gamma_i$  : la force généralisé exercée sur l'articulation pour tout le système mécanique, l'énergie cinétique  $E_c$  est une forme quadratique des vitesses.

$$E_c = \frac{1}{2} \dot{q}^T A q$$

où  $A$  est la matrice  $(n \times n)$  de l'énergie cinétique, d'élément générique  $A_{ij}$ , appelée aussi *matrice d'inertie* du robot, qui est symétrique et définie positive. Ses éléments sont fonction des variables articulaires  $q$ .

Les équations de *Lagrange* conduisent à la forme matricielle suivante :

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \Gamma \quad (\text{II.14})$$

Où :

$D(q)$  : matrice d'inertie.

$C(q, \dot{q})$  : les forces d'inertie et de coriolis.

$G(q)$  : vecteur des couples moteurs aux articulations.

#### **II.4.3 Application du modèle dynamique par le formalisme de Lagrange- Euler pour un bras manipulateur à 2ddl**

Pour appliquer les équations de *Lagrange-Euler* il faut en premier lieu déterminer l'énergie cinétique de chaque corps du bras manipulateur.

$$E_c = \frac{1}{2} [\dot{q}_1 \dot{q}_2] A \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.15})$$

Puis nous pouvons appliquer les équations différentielles de *Lagrange* pour obtenir les équations différentielles qui décrivent la dynamique de ce manipulateur.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_i} \right) - \left( \frac{\partial E_c}{\partial q_i} \right) = \Gamma_i \quad (\text{II.16})$$

$$i = 1, \dots, n$$

Pour notre cas  $i = 2$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.17})$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_1} \right) - \left( \frac{\partial E_c}{\partial q_1} \right) = \Gamma_1 \quad (\text{II.18})$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_2} \right) - \left( \frac{\partial E_c}{\partial q_2} \right) = \Gamma_2$$

$\Gamma_1, \Gamma_2$ : Les moments généralisés qui actionnent chaque corps dans la direction du mouvement du corps.

Ces deux expressions différentielles peuvent être écrites sous la forme matricielle suivante :

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \Gamma \quad (\text{II.20})$$

Où  $D(q)$  est la matrice des coefficients inertiels.

$C(q, \dot{q})$  le vecteur des termes centrifugaux et de Coriolis.

$G(q)$  le vecteur gravitationnel.

$$D(q) = \begin{bmatrix} a_1 + a_2 \cos q_2 & a_3 + \frac{1}{2} a_2 \cos q_2 \\ a_3 + \frac{1}{2} a_2 \cos q_2 & a_3 \end{bmatrix} \quad (\text{II.21})$$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} -a_2 \sin q_2 \left\{ \frac{(\omega_1 + \omega_2)}{2} \right\} \omega_2 \\ \frac{1}{2} a_2 \sin q_2 (\omega_1)^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.22})$$

$$G(q) = \begin{bmatrix} a_4 \cos q_1 + a_5 \cos(q_1 + q_2) \\ a_5 \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \quad (\text{II.23})$$

Où :

$$a_1 = \frac{1}{2} m_1 l_1^2 + \frac{1}{2} m_2 l_1^2$$

$$a_2 = m_2 l_1 l_2$$

$$a_3 = \frac{1}{3} m_2 l_2^2$$

$$a_4 = \frac{1}{2} m_1 g l_1 + m_2 g l_1$$

$$a_5 = \frac{1}{2} m_2 g l_2$$

$$\omega_1 = \dot{q}_1$$

$$\omega_2 = \dot{q}_2$$

## II.5 GÉNÉRATION DE MOUVEMENT

La tâche de déplacement d'un robot est spécifiée en définissant un chemin que le robot doit suivre. Un *chemin* est une séquence de *points* définis soit dans l'espace des tâches (opérationnel) (afin de situer l'organe terminal), soit dans l'espace des configurations (articulaire) du robot (afin d'indiquer les valeurs des paramètres de liaison).

Ces *points* peuvent être :

- programmés par apprentissage,
- issus d'une base de données d'un système de CAO, ...

Le problème de la génération de mouvement est de calculer les séquences souhaitées (consigne) de variables articulaires ou de variables liées à l'organe terminal qui assurent le passage du robot par le *chemin* désiré.

Les trajectoires d'un robot peuvent être classifiées comme suit :

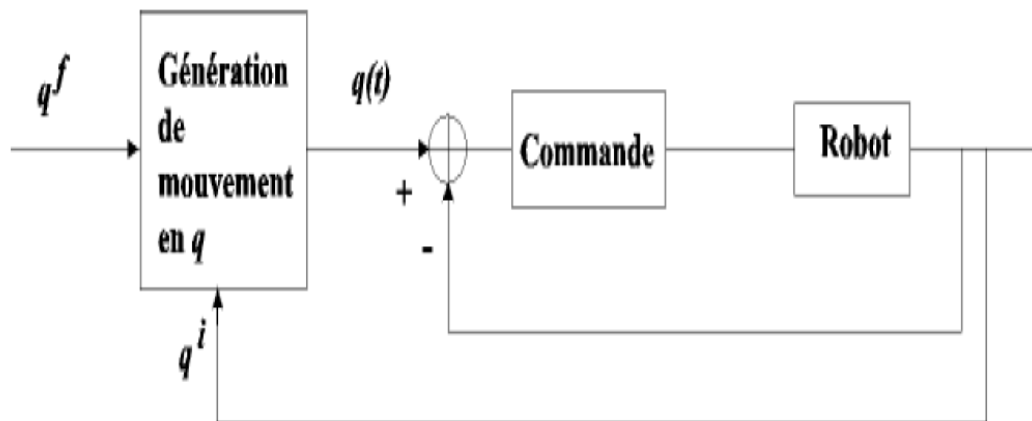
- les mouvements entre 2 points avec des mouvements libres entre les points,
- les mouvements entre 2 points *via* une séquence de points intermédiaires désirés, spécifiés notamment pour éviter les obstacles ; la trajectoire est libre entre les points intermédiaires,
- les mouvements entre 2 points, la trajectoire étant contrainte entre les points (trajectoire rectiligne par exemple),
- les mouvements entre 2 points *via* des points intermédiaires, la trajectoire étant contrainte entre les points intermédiaires.

Dans les deux premiers cas, la génération de mouvement peut se faire directement dans l'espace des configurations : elle se traduit par une séquence de positions articulaires constituant les consignes des asservissements.

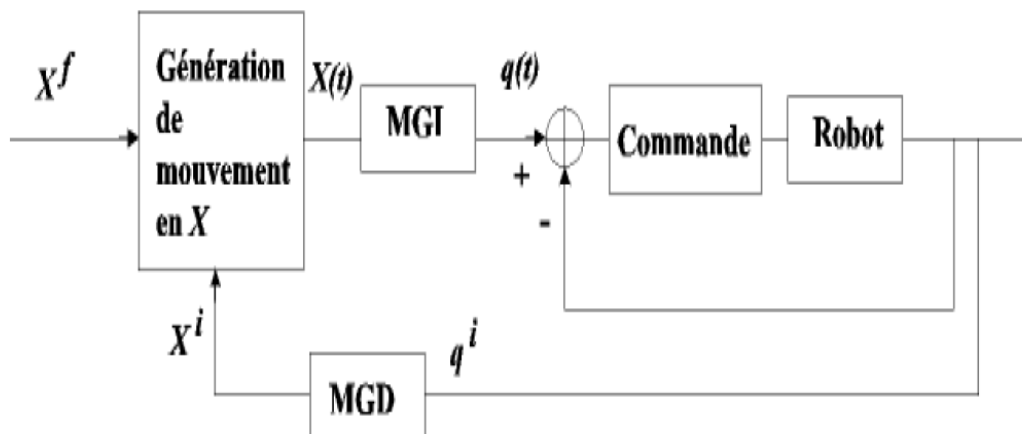
Dans les deux derniers cas, la trajectoire étant fixée à tout instant dans l'espace opérationnel, il est préférable de raisonner dans cet espace. La loi de commande

engendrée doit ensuite être transformée en consignes articulaires par le changeur de coordonnées.

Ces 2 approches – génération de mouvement dans l'espace articulaire et génération de mouvement dans l'espace opérationnel – sont schématisées sur les figures suivantes.



**Figure II.3** Génération de mouvement dans l'espace articulaire



**Figure II.4** Génération de mouvement dans l'espace opérationnel

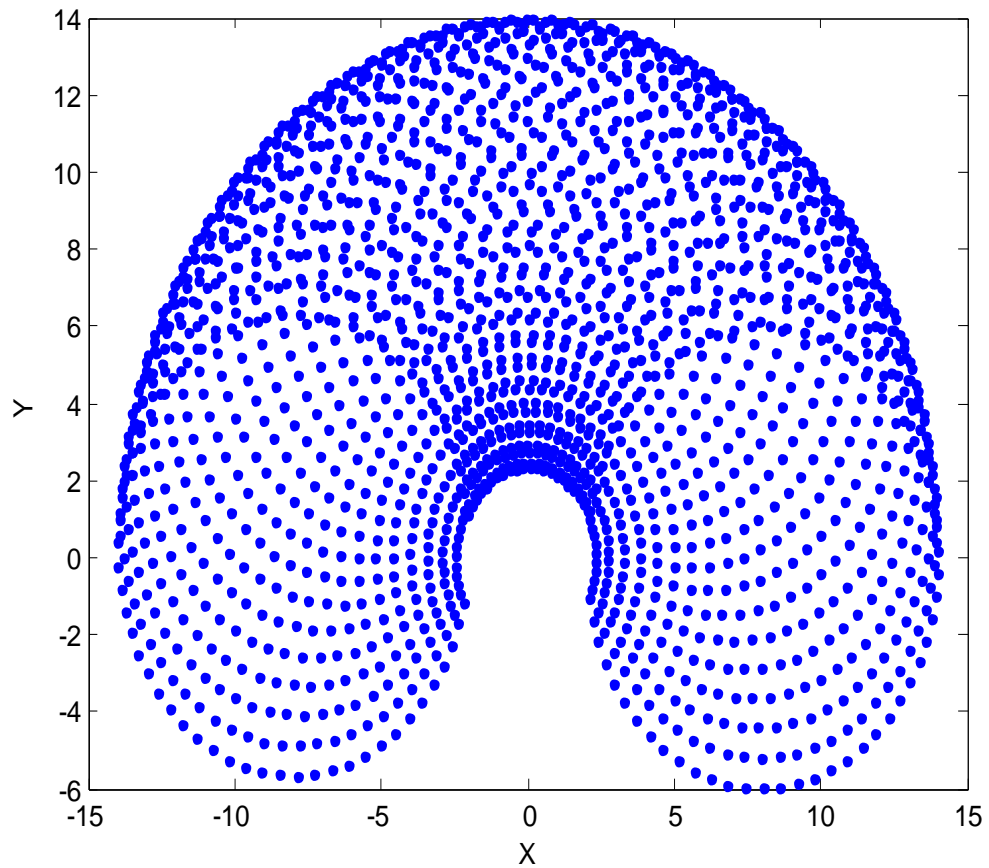
✚ La génération de mouvement dans l'*espace articulaire* présente plusieurs avantages :

- le mouvement est minimal sur chaque articulation,
- elle nécessite moins de calcul en ligne (au sens où il n'y a pas de changeur de coordonnées),
- le mouvement n'est pas affecté par le passage sur les configurations singulières,
- les contraintes de vitesse et de couples maximaux sont connues avec précision puisqu'elles correspondent aux limites physiques des actionneurs.

En contrepartie, la géométrie de la trajectoire dans l'espace opérationnel ne peut être imposée. Entre 2 points donnés, l'organe terminal se déplace de façon imprévisible mais répétitive (ce qui peut occasionner des collisions lorsque le robot évolue dans un environnement encombré). Ce type de mouvement est par conséquent approprié pour réaliser des déplacements rapides dans un espace dégagé.

✚ La génération de mouvement dans l'*espace opérationnel* permet de contrôler la géométrie de la trajectoire (mouvement rectiligne par exemple). Par contre :

- elle implique la transformation en coordonnées articulaires de chaque point de la trajectoire,
- elle peut être mise en échec lorsque la trajectoire calculée passe par une position singulière,
- elle peut être mise en échec chaque fois que les points de la trajectoire engendrée ne sont pas dans le volume accessible du robot ou chaque fois que la trajectoire impose une reconfiguration du mécanisme (changement d'aspect en cours de trajectoire). [17]



**Figure II.5** Coordonnées XY générées pour toutes les combinaisons de  $\theta_1$  et  $\theta_2$  utilisant Cinématique formules

## II.6 Conclusion

Dans ce chapitre, on a donné un aperçu sur une des méthodes utilisées dans l'élaboration des modèles cinématiques géométriques et dynamiques des bras manipulateur à deux degré de liberté et ceci afin de pouvoir faire des études de simulations concernant quelques commandes appliquées à ces types de robots manipulateurs.

La première compréhension des mouvements complexes dans l'espace, de l'outil porté par un bras manipulateur est essentiellement une affaire de géométrie des déplacements.

Ce chapitre traite de la modélisation géométrique avec les outils simples du calcul vectoriel et du calcul matriciel. Après avoir rappelé ces outils, l'accent est mis sur des procédures générales d'obtention des relations entre la situation de l'organe terminal et les variables actionneurs, dans le problème direct et le problème inverse.

Si la géométrie apporte déjà beaucoup à la compréhension des robots, elle est cependant insuffisante et doit être complétée par la cinématique afin de décrire complètement les mouvements.

Un robot manipulateur est soumis à des efforts qui sont dus au poids propre de ses éléments, à la charge transportée, aux efforts d'inertie quand il effectue des mouvements rapide, ce qui permet d'avoir des éléments pour guider le choix des motorisations et des commandes associées.



# CHAPITRE III

## LA COMMANDE D'UN BRAS MANIPULATEUR

---

# ***contenu***

### *III. 1 Introduction*

### *III. 2 Commandes des bras manipulateurs*

#### **III. 2. 1 La méthode de commande P.D**

#### **II. 2. 2 La méthode de commande PID**

#### **III. 2. 3 Régulation PI en cascade de position [1]**

#### **III. 2. 4 Commande par planification de trajectoires**

### *III. 3 Simulations et résultats*

#### *III.3.1. Modélisation dynamique du système*

#### **III.3.2. Résultats de simulation**

### *III.4 Commentaires*

### *III.5 Conclusion*

## LA COMMANDE D'UN BRAS MANIPULATEUR

### III. 1 Introduction

La résolution du problème de la commande des robots manipulateurs nécessite la détermination d'un ensemble d'entrées articulaires (les couples) qui entraîne l'organe effecteur à suivre une trajectoire désirée, spécifiée typiquement par des séquences de positions et de vecteurs d'orientation de l'organe effecteur  $x$  ou par une trajectoire continue.

Plusieurs types de commandes ont été étudiées pour les robots manipulateurs, la méthode la plus simple et qui reste toujours employée pour les manipulateurs industriels est la commande articulaire indépendante où chaque articulation du manipulateur est commandée comme un système à une seule entrée et une seule sortie (S.I.S.O) [11].

La stratégie de cette commande est que chaque actionneur d'une articulation est contrôlé indépendamment : tous les effets de couplage entre les deux articulations sont ignorés ou traités comme des perturbations. Cette commande a donné des résultats satisfaisants pour les simples déplacements, mais n'est pas convenable pour les déplacements rapides et ceux avec une large variation.

La méthode de la commande articulaire indépendante peut être considérée comme une forme simplifiée de la méthode du couple calculé qui est la technique commune la plus utilisée pour les robots manipulateurs, la plupart des méthodes de commandes des manipulateurs peuvent être considérés comme des cas spéciaux de cette technique.

Le domaine de la commande des manipulateurs peut être divisé en deux parties.

La première partie est la génération des trajectoires qui consiste en la génération d'un chemin dans l'espace articulaire produisant un chemin dans l'espace de la tâche qui est une piste géométrique à travers l'espace de la tâche. Ces trajectoires décrivent le mouvement désiré du manipulateur.

Comme dans la plupart des cas on est préoccupé par le mouvement de l'organe effecteur, les trajectoires sont définies typiquement dans l'espace de la tâche et

comme la commande agit sur les articulations ; alors on doit recourir à une méthode de planification entre les trajectoires de l'espace de la tâche avec celles de l'espace articulaire.

La deuxième méthode est la commande par couple : elle consiste à contrôler des couples articulaires nécessaires à la réalisation d'un mouvement désiré du manipulateur, mais ceci est très compliqué à cause de la haute non linéarité du modèle dynamique du bras manipulateur et des couplages existants entre les différentes liaisons.

A coté de ces commandes conventionnelles, on a introduit la commande intelligente, qui essaye de faire une émulation des capacités de connaissances humaines ainsi que la prise de décision.

La venue de la commande intelligente est inspirée d'une observation sur les humains qui peuvent apprendre et contrôler des systèmes complexes sans l'utilisation d'un modèle ou sans la connaissance des équations qui régissent ce système.

On retrouve au niveau le plus simple que la commande intelligente peut être considérée comme l'une des deux types : les réseaux de neurones et la logique floue.

Généralement les réseaux de neurones ont l'habilité d'apprendre et d'approximer n'importe quelle fonction inconnue, la logique floue permet une prise de décision semblable à celle des humains.

## **III. 2 Commandes des bras manipulateurs**

### **III. 2. 1 La méthode de commande P.D**

Soit un manipulateur ayant pour équation du mouvement :

$$[D(q)]\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau \quad (\text{III.1})$$

L'objectif de la commande est de déterminer les  $n$  composantes des couples agissant sur des articulations rotoïdes permettant de déplacer l'organe effecteur à une position finale donnée

$$q_d = [q_{d1} \quad q_{d2}]^T$$

Afin d'atteindre une position désirée, on peut utiliser un contrôleur à action proportionnelle et dérivée P.D.

La loi de commande est basée sur les mesures locales des erreurs de positions  $\tilde{q}_j = q_j - q_{dj}$  et des vitesses articulaires  $\dot{q}_i$

Premièrement considérons le cas où  $g(q) = 0$  (c'est-à-dire qu'il n'y a pas de forces de gravitation), alors la loi de commande est donnée par :

$$\tau_j = -K_{pj}\tilde{q}_j - K_{dj}\dot{q}_j \text{ où } K_{pj} \text{ et } K_{dj} \text{ sont des constantes strictement positives.}$$

Pour montrer que cette loi de commande est stable et qu'elle assure une erreur nulle en régime permanent, considérons la fonction de Lyapounov candidate :

$$V = \frac{1}{2} [\dot{q}^T D(q) \dot{q} + \tilde{q}^T K_p \tilde{q}] \quad (\text{III.2})$$

On peut réécrire la loi de conservation de l'énergie sous la forme suivante :

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} (\dot{q}^T D(q) \dot{q}) = \dot{q} \tau \quad (\text{III.3})$$

Le terme de droite représente la puissance d'entrée fournie par les actionneurs et le terme de gauche représente la dérivée de l'énergie cinétique.

On a  $\tau_j = -K_{pj}\tilde{q}_j - K_{dj}\dot{q}_j$  où  $K_p$  et  $K_d$  sont des matrices symétriques définies positives constantes (usuellement c'est des matrices diagonales).

On peut écrire la dérivée temporelle de V comme ce qui suit :

$$\dot{V} = \dot{q}^T [\tau + K_p \tilde{q}] \quad (\text{III.4})$$

Utilisant la relation:

$$\tau_j = -K_{pj}\tilde{q}_j - K_{dj}\dot{q}_j$$

On aura alors :

$$\dot{V} = -\dot{q}^T K_p \dot{q} \leq 0 \quad (\text{III.5})$$

En considérant  $V = 0$  ceci va engendrer :

$$\dot{q} = 0 \Rightarrow \ddot{q} = 0 \Rightarrow \ddot{q} = D^{-1} K_p \tilde{q} \Rightarrow \tilde{q} = 0$$

Alors dans ce cas la trajectoire du système converge vers l'état désiré.

Supposons maintenant que  $g(q)$  n'est pas égal à zéro, alors la loi de commande peut s'écrire sous la forme suivante :

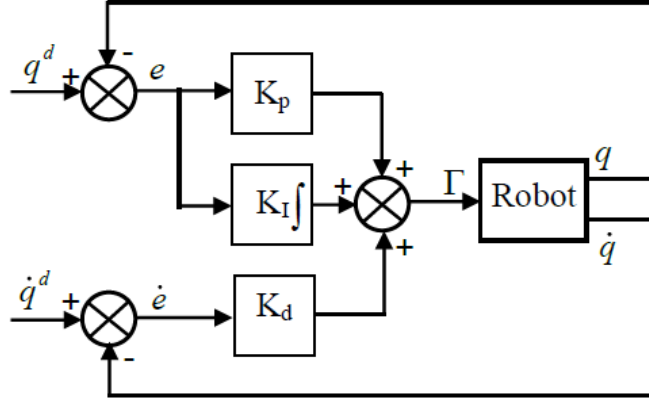
$$\tau_j = -K_{pi} \tilde{q}_i - K_{dj} \dot{q} + g(q) \quad (\text{III.6})$$

Dans ce cas la loi de commande supprime les effets des termes de gravités, par conséquent cette loi de commande exige le calcul à chaque instant de  $g(q)$  à partir des équations du Lagrangien [14].

## II. 2. 2 La méthode de commande PID

Le modèle dynamique d'un robot décrit un système de  $n$  équations différentielles du second ordre non linéaires et couplées,  $n$  étant le nombre d'articulations. Pourtant, dans une commande classique, qui est celle de la plupart des robots industriels, le système robotique est considéré comme un système linéaire et chacune de ses articulations est asservie par une commande décentralisée de type PID à gains constants. Ses avantages sont la facilité d'implantation et le faible coût de calcul. En contrepartie, la réponse temporelle du robot variant selon sa configuration, on constate des dépassements de consigne et une mauvaise précision de suivi dans les mouvements rapides. Dans beaucoup d'applications, ces inconvénients ne représentent pas un gros handicap.

Le schéma classique d'une commande par PID d'un robot manipulateur est représenté sur la figure ci-dessous.[18]



**Figure III.1** Le schéma classique d'une commande par PID d'un robot manipulateur

La loi de commande du PID est donnée par :

$$\Gamma = K_p(q_d - q) + K_d(\dot{q}_d - \dot{q}) + K_I \int_{t_0}^i (q_d - q)dt \quad (\text{III.7})$$

où  $\dot{q}_d(t)$  et  $q_d(t)$  désignent les vitesses et positions désirées dans l'espace articulaire et  $K_p$ ,  $K_d$  et  $K_I$  sont des matrices diagonales définies positives, de dimension  $(n \times n)$ , d'éléments génériques respectivement les gains proportionnels  $K_{pj}$ , dérivés  $K_{dj}$  et intégraux  $K_{Ij}$ .

Le calcul des gains  $K_{pj}$ ,  $K_{dj}$  et  $K_{Ij}$  est effectué en considérant le modèle de l'articulation  $j$  représenté par le système linéaire du deuxième ordre à coefficients constants suivant :

$$\Gamma_i = a_j \ddot{q}_j + F_{vj} \dot{q}_j + \gamma_j \quad (\text{III.8})$$

Équation dans laquelle  $a_j = A_{jj} \max$  désigne la valeur maximale de l'élément  $A_{jj}$  de la matrice d'inertie du robot,  $F_{vj}$  les frottements visqueux et  $\gamma_j$  représente un couple perturbateur.

En négligeant  $F_{vj}$  et  $\gamma_j$  la fonction de transfert du système en boucle fermée est donnée par :

$$\frac{\mathbf{q}_j(s)}{\mathbf{q}_{jd}(s)} = \frac{K_{dj}s^2 + K_{pj}s + K_{Ij}}{a_j s^3 + K_{dj}s^2 + K_{pj}s + K_{Ij}} \quad (\text{III.9})$$

et l'équation caractéristique s'écrit donc :

$$\Delta(s) = a_j s^3 + K_{dj} s^2 + K_{pj} s + K_{Ij}$$

La solution la plus courante en robotique consiste à choisir les gains de manière à obtenir un pôle triple réel et négatif, ce qui donne la réponse la plus rapide possible sans oscillation. Par conséquent, l'équation caractéristique se factorise de la façon suivante :

$$\Delta(s) = a_j (s + w_j)^3$$

avec  $w_j > 0$ , et est choisi la plus grande possible, toutefois, cette pulsation ne devra pas être supérieure à la pulsation de résonance  $w_{rj}$  du système mécanique pour ne pas le déstabiliser.

Dans ce type de commande les actions du PID sont les suivantes :

$$\begin{cases} K_{pj} = 3a_j w_j^2 \\ K_{dj} = 3a_j w_j \\ K_{Ij} = a_j w_j^3 \end{cases} \quad (\text{III.10})$$

Avec :

-  $a_j = A_{jj} \max$  désigne la valeur maximale de l'élément  $A_{jj}$  de la matrice d'inertie du robot

- et  $w_j > 0$  est choisi la plus grande possible, , cette pulsation ne devra pas être supérieure à la pulsation de résonance  $w_{rj}$  du système mécanique afin de ne pas le déstabiliser (prendre  $w_{rj} = 2.5 \text{ rad/s}$ )

### III. 2. 3 Régulation PI en cascade de position

La boucle de commande en cascade (boucle imbriquée) est montée par la figure ci-dessous. Dans certaines applications par exemple la robotique, trois grandeurs doivent être contrôlées commençant par la boucle de courant, la boucle de vitesse et la boucle de position. La réponse de commande de courant est rapide par rapport à la réponse de commande de vitesse et cette dernière est plus rapide par rapport à la

réponse de commande de position. La boucle de courant est simplifiée par la fonction de transfert égale à 1. Les régulateurs utilisés sont de type PI car le système moteur est rapide et par conséquent on n'a pas besoin de considérer l'action dérivée du régulateur PID. [15]

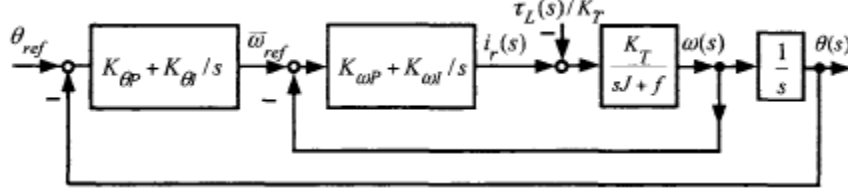


Figure III.2 Régulation en cascade de position

Prenons la fonction de transfert du système d'équation

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dt} &= \frac{K_T}{J} i_r - \frac{f}{J} \omega - \frac{\tau_L}{J} \\ \frac{d\theta}{dt} &= \omega \end{aligned} \quad (\text{III.11})$$

$$\begin{aligned} \omega(s) &= G_m(s) \left( i_r(s) - \frac{\tau_L(s)}{K_T} \right) \\ \theta(s) &= \frac{1}{s} \omega(s) \end{aligned} \quad (\text{III.12})$$

$$G_m(s) = \frac{K_T/J}{s + f/J} \quad (\text{III.13})$$

Si  $K_{\omega I} = 0$  (pour simplifier les calculs), on a

$$\begin{aligned} i_r(s) &= K_{\omega P} (\omega_{ref}(s) - \omega(s)) \\ \omega(s) &= G_m(s) (K_{\omega P} (\omega_{ref}(s) - \omega(s))) - G_m(s) \frac{\tau_L(s)}{K_T} \\ \omega(s) &= \frac{K_{\omega P} G_m(s)}{1 + K_{\omega P} G_m(s)} \omega_{ref}(s) - \frac{G_m(s)}{1 + K_{\omega P} G_m(s)} \frac{\tau_L(s)}{K_T} \\ \theta(s) &= \frac{1}{s} \frac{K_{\omega P} G_m(s)}{1 + K_{\omega P} G_m(s)} \omega_{ref}(s) - \frac{1}{s} \frac{G_m(s)}{1 + K_{\omega P} G_m(s)} \frac{\tau_L(s)}{K_T} \end{aligned} \quad (\text{III.14})$$

$$E(s) = \theta_{ref}(s) - \theta(s)$$



$$E(s) = \theta_{ref}(s) - \left( \frac{1}{s} \frac{K_{\omega P} G_m(s)}{1 + K_{\omega P} G_m(s)} \frac{K_{\theta P} s + K_{\theta i}}{s} E(s) \right) - \left( \frac{1}{s} \frac{G_m(s)}{1 + K_{\omega P} G_m(s)} \frac{\tau_L(s)}{K_T} \right) \quad (\text{III.15})$$

$$E(s) = \frac{1}{1 + \frac{1}{s} \frac{K_{\omega P} G_m(s)}{1 + K_{\omega P} G_m(s)} \left( \frac{K_{\theta P} s + K_{\theta i}}{s} \right)} \theta_{ref} + \frac{1}{1 + \frac{1}{s} \frac{K_{\omega P} G_m(s)}{1 + K_{\omega P} G_m(s)} \left( \frac{K_{\theta P} s + K_{\theta i}}{s} \right)} \frac{1}{s} \frac{G_m(s)}{1 + K_{\omega P} G_m(s)} \frac{\tau_L(s)}{K_T} \quad (\text{III.16})$$

$$\frac{K_{\omega P} G_m(s)}{1 + K_{\omega P} G_m(s)} = \frac{K_{\omega P} K_T / J}{s + f/J + K_{\omega P} K_T / J}$$

On peut écrire

$$E(s) = G_1(s) \theta_{ref}(s) + G_2(s) \tau_L(s) \quad (\text{III.17})$$

Où

$$G_1(s) = \frac{1}{1 + \frac{1}{s} \frac{K_{\omega P} K_T / J}{s + f/J + K_{\omega P} K_T / J} \left( \frac{K_{\theta P} s + K_{\theta i}}{s} \right)} \quad (\text{III.18})$$

$$G_1(s) = \frac{s^2 (s + f/J + K_{\omega P} K_T / J)}{s^3 + s^2 (f/J + K_{\omega P} K_T / J) + (K_{\theta P} K_{\omega P} K_T / J) s + K_{\theta i} K_{\omega P} K_T / J}$$

$$G_2(s) = \frac{1}{1 + \frac{1}{s} \frac{K_{\omega P} G_m(s)}{1 + K_{\omega P} G_m(s)} \left( \frac{K_{\theta P} s + K_{\theta i}}{s} \right)} \frac{1}{s} \frac{G_m(s)}{1 + K_{\omega P} G_m(s)} \frac{1}{K_T} \quad (\text{III.19})$$

$$G_2(s) = \frac{s/J}{s^3 + s^2 (f/J + K_{\omega P} K_T / J) + (K_{\theta P} K_{\omega P} K_T / J) s + K_{\theta i} K_{\omega P} K_T / J}$$

Le polynôme caractéristique s'écrit alors comme

$$s^3 + s^2 (f/J + K_{\omega P} K_T / J) + (K_{\theta P} K_{\omega P} K_T / J) s + K_{\theta i} K_{\omega P} K_T / J$$

Supposant que les pôles désirés en boucle fermée soient  $-r_1$ ,  $-r_2$ ,  $-r_3$ , le polynôme désiré devient:

$$(s + r_1)(s + r_2)(s + r_3) = s^3 + (r_1 + r_2 + r_3)s^2 + (r_1r_2 + r_1r_3 + r_2r_3)s + r_1r_2r_3$$

On peut écrire

$$\begin{aligned} f/J + K_{\omega p} K_T / J &= r_1 + r_2 + r_3 \\ K_{\theta p} K_{\omega p} K_T / J &= r_1r_2 + r_1r_3 + r_2r_3 \\ K_{\theta I} K_{\omega p} K_T / J &= r_1r_2r_3 \end{aligned} \quad (\text{III.20})$$

Finalement les gains sont ajustés utilisant les équations suivantes

$$\begin{aligned} K_{\omega p} &= \frac{r_1 + r_2 + r_3 - f/J}{K_T / J} \\ K_{\theta p} &= \frac{r_1r_2 + r_1r_3 + r_2r_3}{K_{\omega p} K_T / J} \\ K_{\theta I} &= \frac{r_1r_2r_3}{K_{\omega p} K_T / J} \end{aligned} \quad (\text{III.21})$$

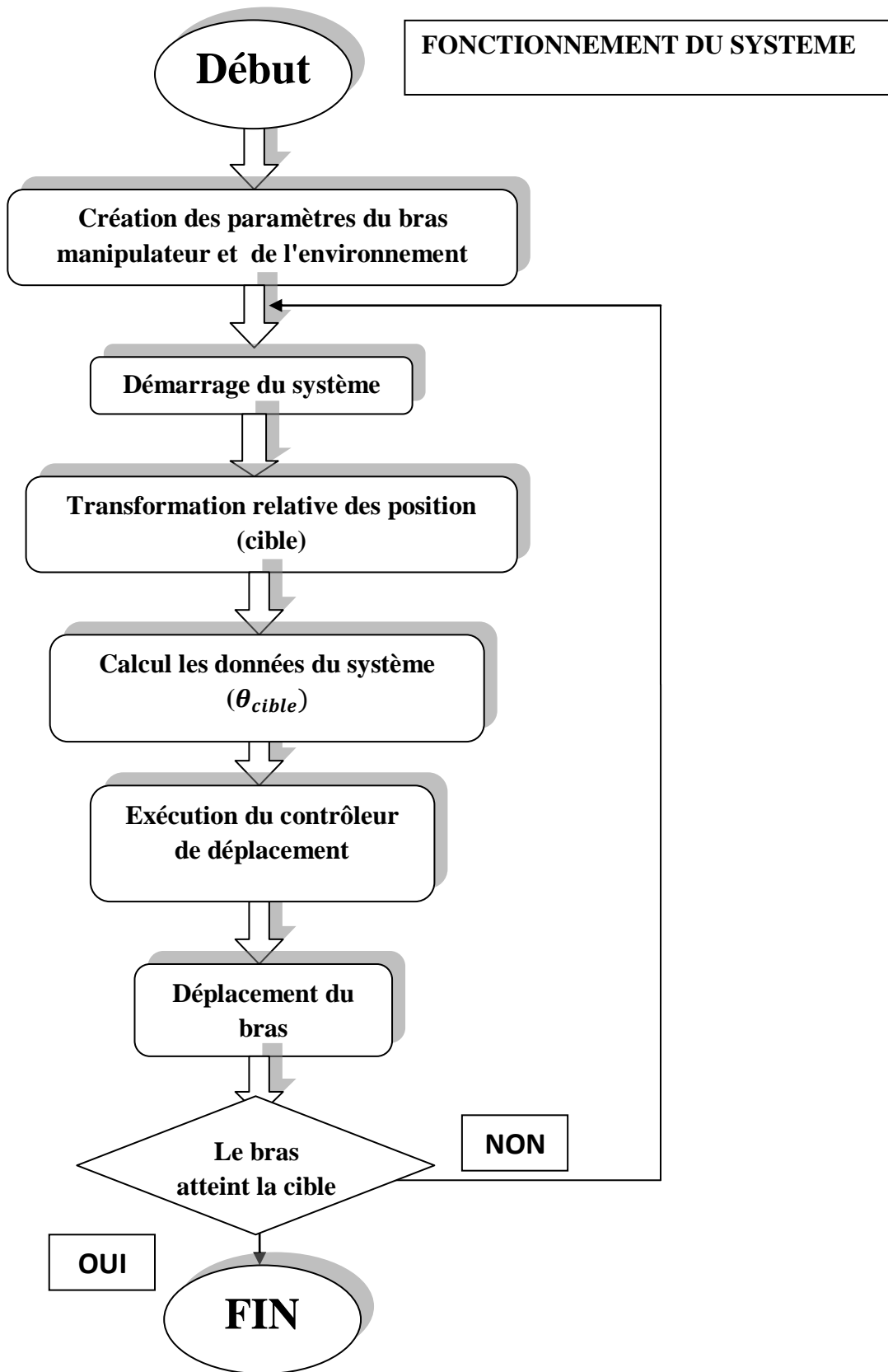
On peut calculer d'abord les gains du correcteur PI de vitesse et puis on approxime la boucle de régulation de vitesse par un système du 1<sup>er</sup> ordre et la fonction de transfert en boucle ouverte dévient :

$$G(s) = \frac{1}{s(\tau s + 1)} \quad (\text{III.22})$$

Dans ce cas, les procédures de conception du correcteur PI présentée précédemment peuvent être appliquées.

Si on ne s'intéresse pas à commander la vitesse pour quelques applications, la fonction de transfert en boucle ouverte devient : (dans ce cas la boucle de courant est approximée à 1).

$$G(s) = \frac{K_T}{s(Js + f)} \quad (\text{III.23})$$



### III. 2. 4 Commande par planification de trajectoires

La plupart des travaux de recherches sur les manipulateurs à liaisons rigide se concentrent sur la suppression des déflexions des liaisons en contrôlant dans un même temps les angles articulaires pour atteindre leur valeurs désirées [19] .

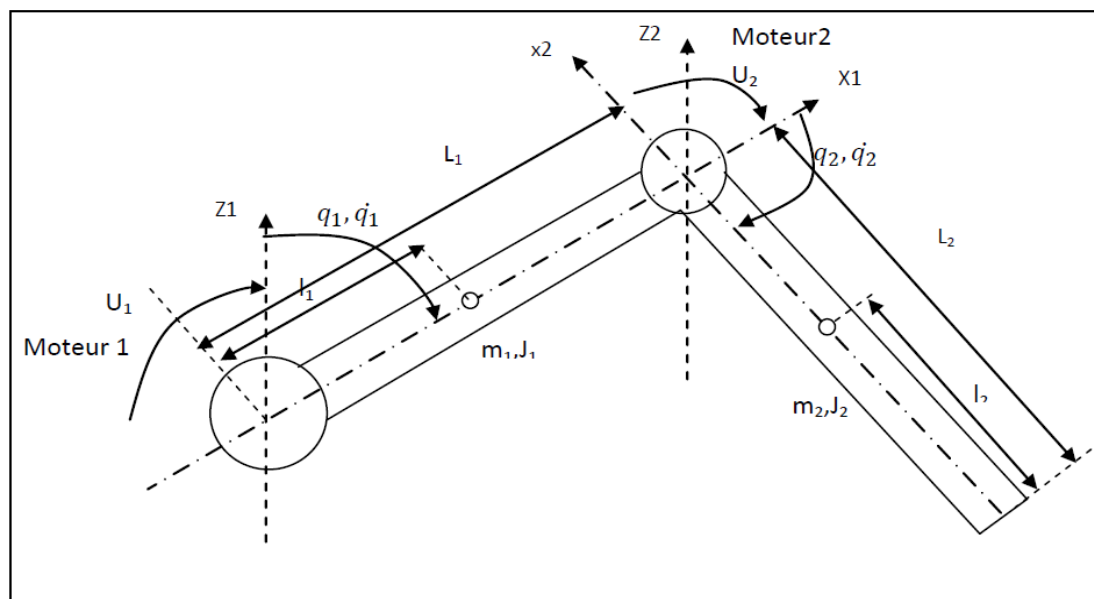
Ceci peut causer une erreur dans la position de l'organe effecteur car la suppression des vibrations n'est pas parfaite du fait que les actionneurs sont localisés au niveau articulaire et les déflexions ne peuvent pas être contrôlées directement.

### III. 3 Simulations et résultats

#### III.3.1. Modélisation dynamique du système

Pour nos travaux de simulation, on considère un bras manipulateur rigide à deux degrés de liberté représenté sur la figure (III.3). Le modèle dynamique (II.20), définissant les équations de mouvement du robot, qui permet d'établir les relations entre les couples ou forces exercés par les actionneurs et les positions, vitesses et accélérations des articulations est pris en considération. Le formalisme de **Lagrange-Euler** basé sur les théorèmes généraux de la mécanique est utilisé pour la représentation de notre système.

Les figures ci-dessous montrent les résultats de l'application des loi de commandes au manipulateur (2ddl) étudié :



**Figure III.3 :** Structure du manipulateur à deux degrés de liberté étudié

$q$ : Vecteur des positions articulaires.

$\dot{q}$  : Vecteur des vitesses articulaires.

$U$ :Vecteur des couples d'entrée.

• **Les paramètres du modèle**

Les paramètres de synthèse du bras manipulateur à deux degrés de liberté (2ddl) utilisés dans notre travail sont (Tableau III.1) avec :

$J_i$  : Moment d'inertie du solide (segment i).

$C_i$  : Coefficient de friction visqueuse correspondant à chaque solide.

$K_i$  : Gain du moteur (actionnaire i).

Segment 1	Segment 2
$m_1=1.254 \text{ Kg}$	$m_2=0.98 \text{ Kg}$
$L_1 =0.8625 \text{ m}$	$L_2=0.6125 \text{ m}$
$l_1=0.431\text{m}$	$l_2=0.306 \text{ m}$
$J_1=3.05 \text{ Kg.m}^2$	$J_2=1.01 \text{ Kg.m}^2$
$C_1= 9.33 \text{ Nm s/rad}$	$C_2= 1.81 \text{ Nm s/rad}$
$K_1=0,9 \text{ Nm/V}$	$K_2= 0.9\text{Nm/V}$

**Tableau III.1** : Paramètres du bras manipulateur à 2ddl

➤ **Matrice d'inertie :**

$$D(q) = \begin{bmatrix} a_1 + a_2 \cos q_2 & a_3 + \frac{1}{2} a_2 \cos q_2 \\ a_3 + \frac{1}{2} a_2 \cos q_2 & a_3 \end{bmatrix}$$

➤ **Vecteur des termes centrifuges et de Coriolis:**

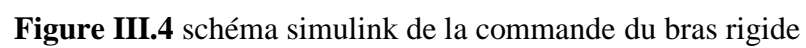
$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} -a_2 \sin q_2 \left\{ \frac{(\omega_1 + \omega_2)}{2} \right\} \omega_2 \\ \frac{1}{2} a_2 \sin q_2 (\omega_1)^2 \end{bmatrix}$$

➤ Vecteur des forces de gravité :

$$G(q) = \begin{bmatrix} a_4 \cos q_1 + a_5 \cos(q_1 + q_2) \\ a_5 \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix}$$

### III.3.2. Résultats de simulation

Le système étudié comporte deux corps rigides et les équations de ses mouvements sont déduites en utilisant le formalisme de *Lagrange-Euler*. La décomposition des forces et moments appliqués aux deux articulations et aux centres de masse des deux corps permettent d'aboutir à des équations différentielles. La résolution de ces dernières, réalisée sous le logiciel Matlab, nécessite des conditions initiales pour les variables articulaires (position et vitesse) et permet de représenter la dynamique de ces variables.



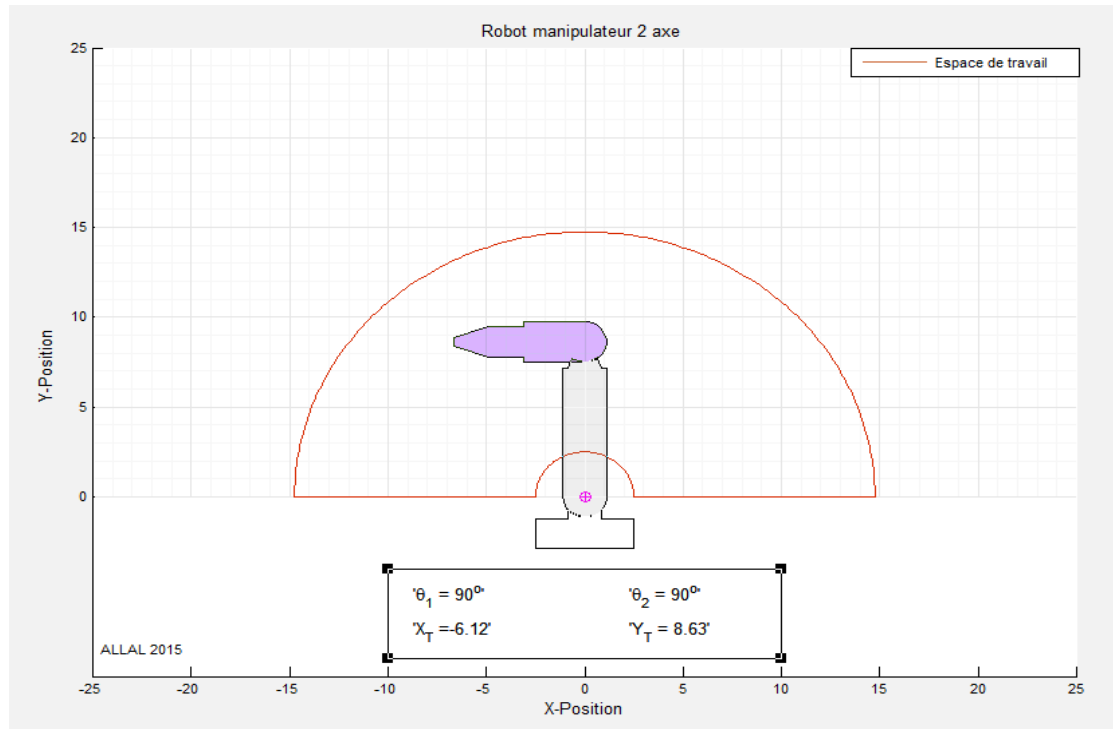


Figure III.5 schéma de position initiale du robot

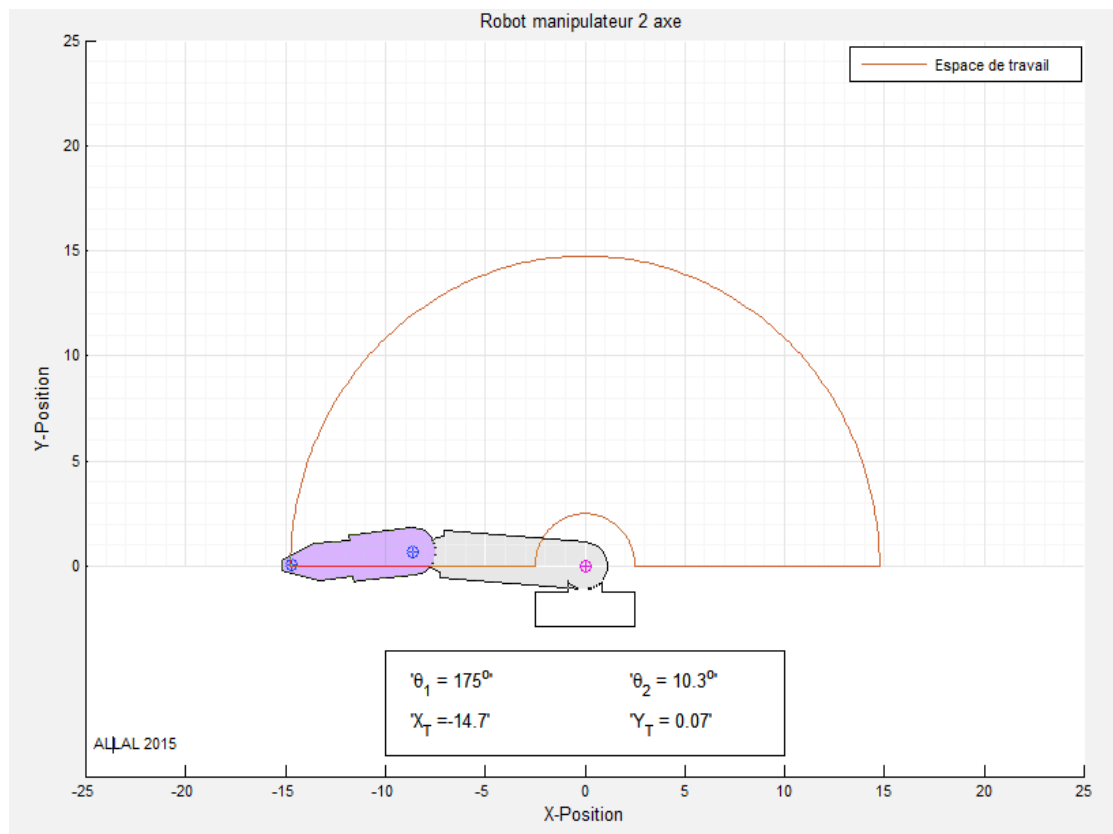


Figure III.6 schéma de position finale du robot



### III.3.2.1 Résultats de simulation de la commande PD

Le générateur de trajectoire génère les angles suivants :

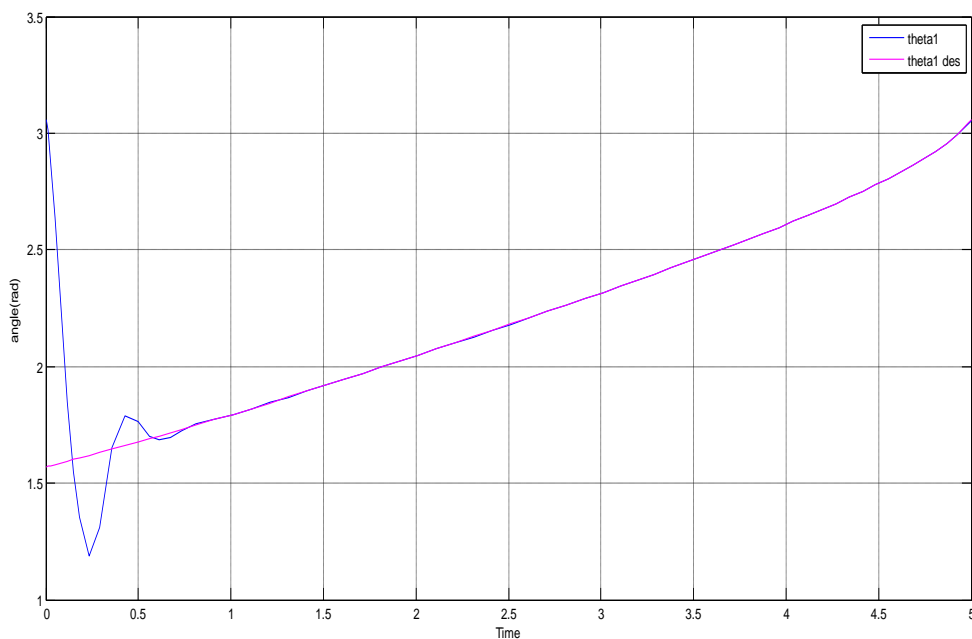
$$\begin{cases} \theta_1(0) = \frac{\pi}{2} \\ \theta_2(0) = \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \theta_1(f) = \frac{\pi}{1.02} \\ \theta_2(f) = \frac{\pi}{17.4} \end{cases}$$

les gains du contrôleur P.D sont :

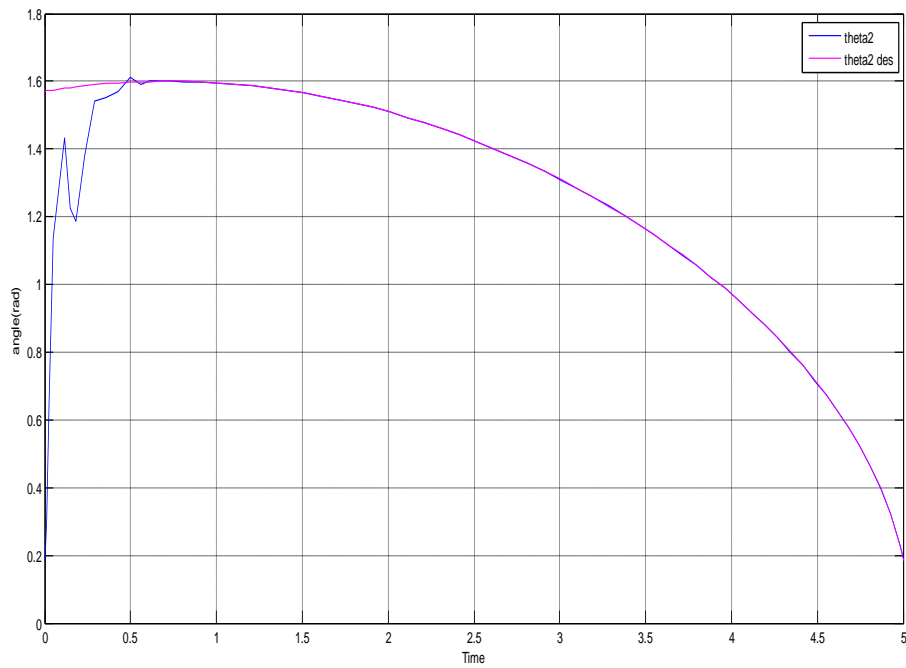
$$K_p = 500 \quad K_d = 22$$

Les angles initiaux du robot sont:

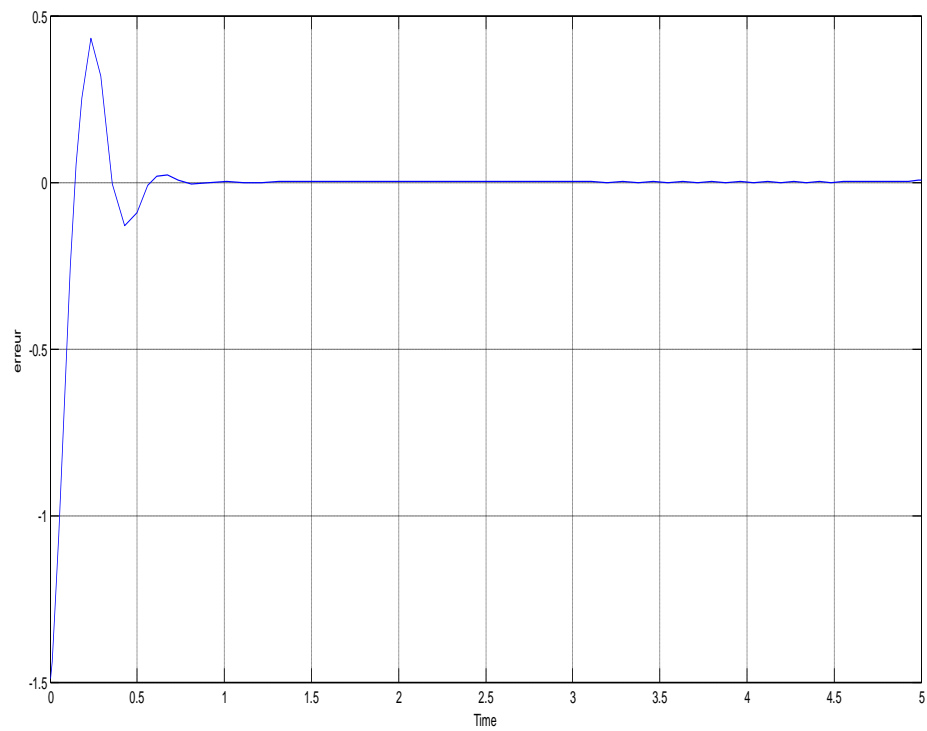
$$\begin{cases} \theta_1(0) = \frac{\pi}{2} \\ \theta_2(0) = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$



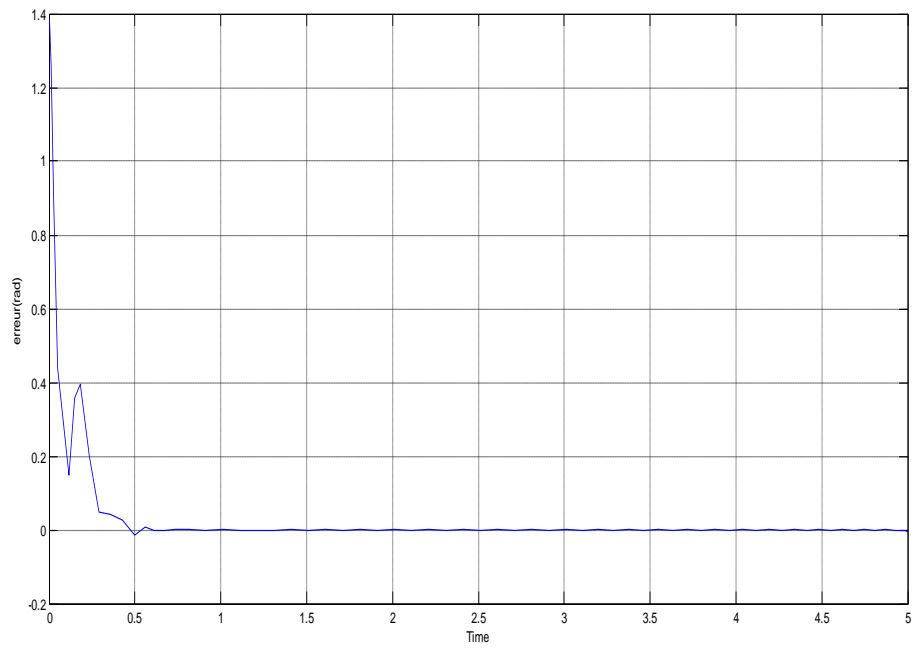
**Figure III.7** : position angulaire de la 1<sup>ère</sup> articulation



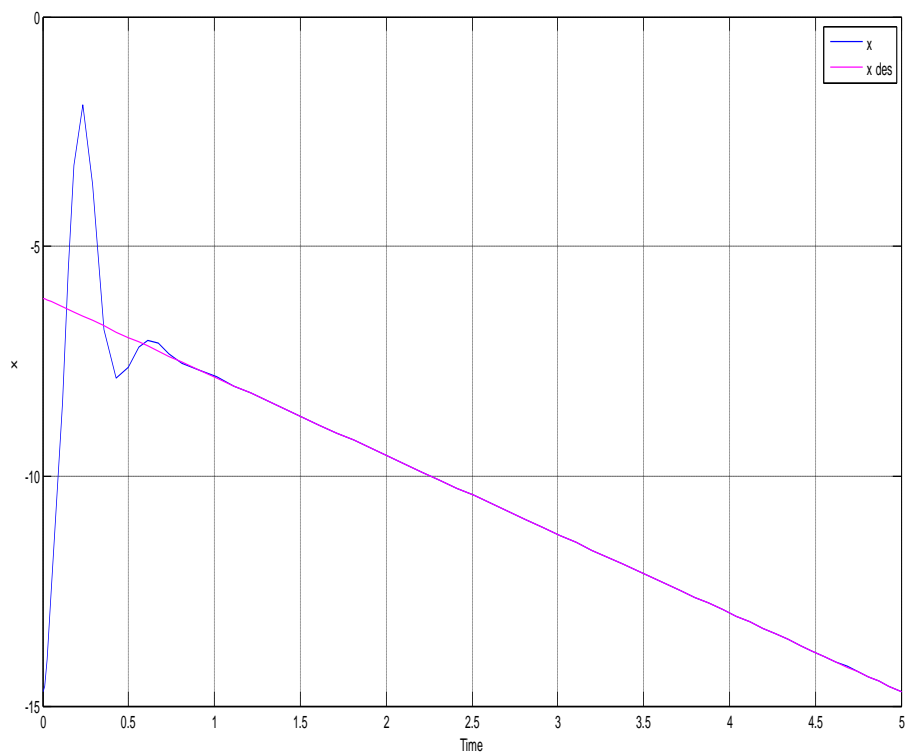
**Figure III.8 :** position angulaire de la 2<sup>ème</sup> articulation



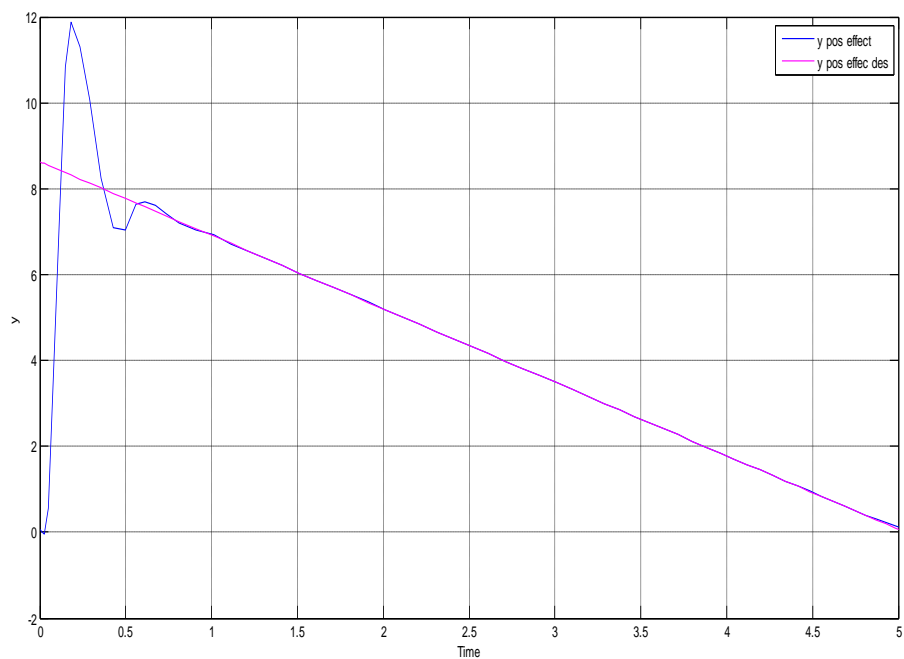
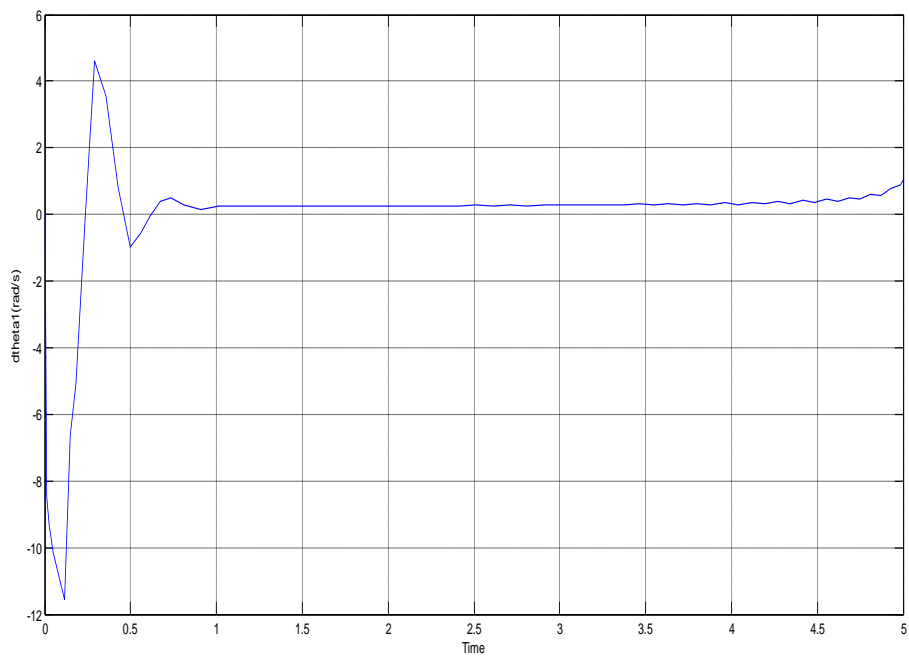
**Figure III.9 :** Erreur de la position angulaire de la 1<sup>ère</sup> articulation

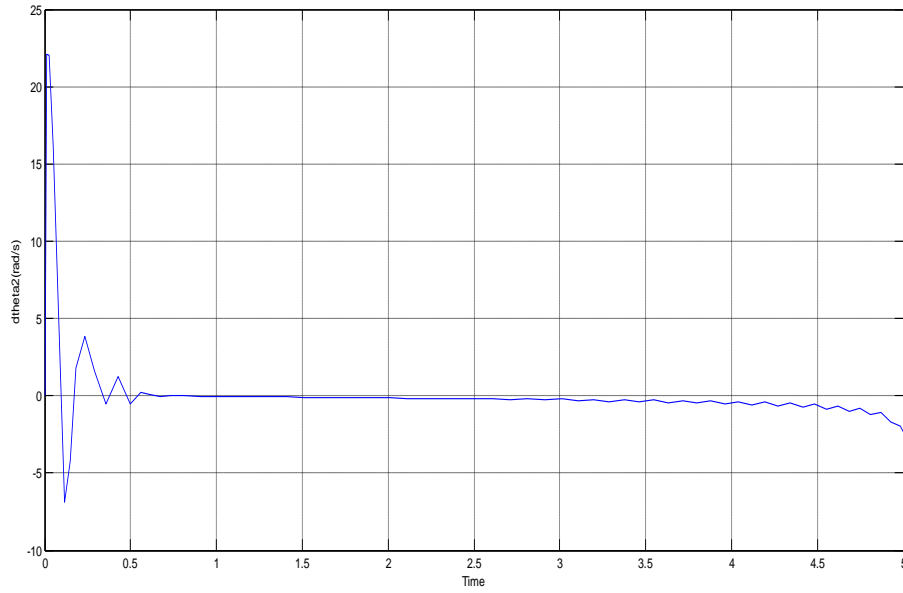


**Figure III.10 :**Erreur de la position angulaire de la 2<sup>ème</sup> articulation



**Figure III.11 :** Position Effecteur (x)

**Figure III.12 : Position Effecteur (y)****Figure III.13 : vitesse angulaire de la 1<sup>ère</sup> articulation**



**Figure III.14** : vitesse angulaire de la 2<sup>ème</sup> articulation

### III.3.2.2 Résultats de simulation de la commande PID

le générateur de trajectoire génère les angles suivants :

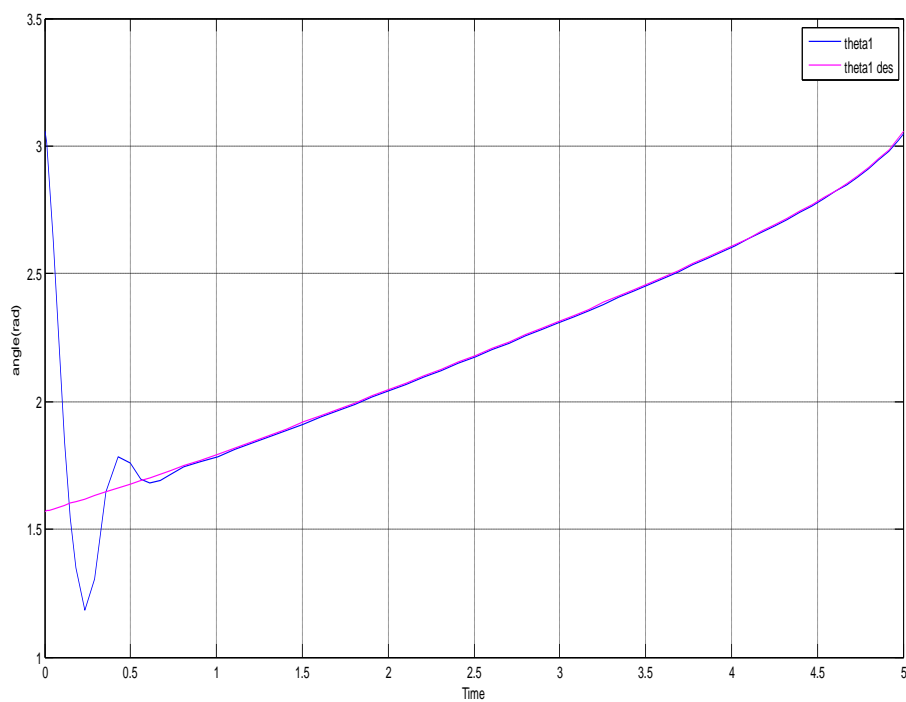
$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_1(0) = \frac{\pi}{2} \\ \theta_2(0) = \frac{\pi}{2} \end{array} \right. \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{array}{l} \theta_1(f) = \frac{\pi}{1.02} \\ \theta_2(f) = \frac{\pi}{17.4} \end{array} \right.$$

les gains du contrôleur PID sont :

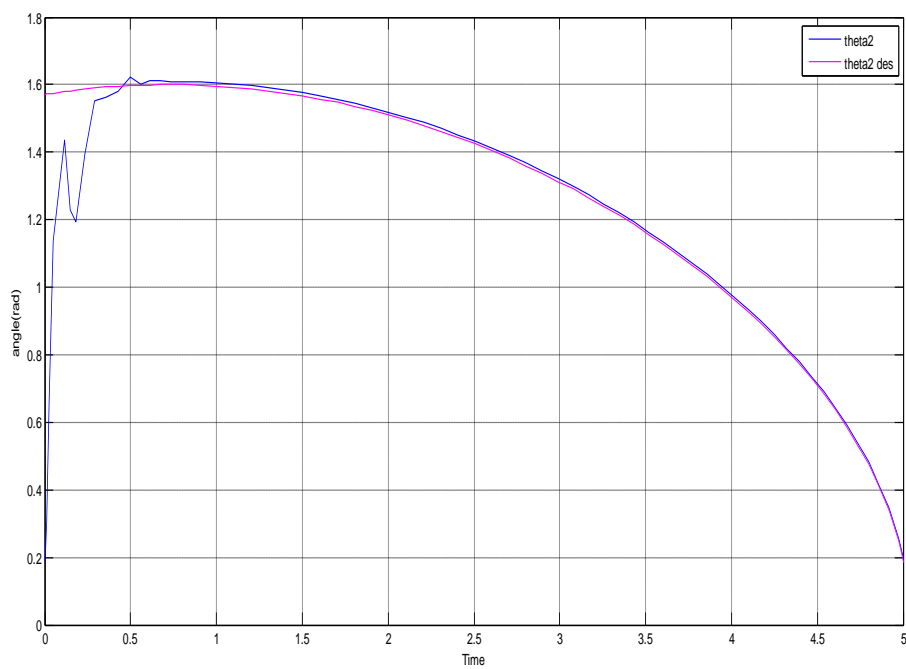
$$K_p = 500 \quad , \quad K_i = 49 \quad , \quad K_d = 22$$

les angles initiaux du robot sont:

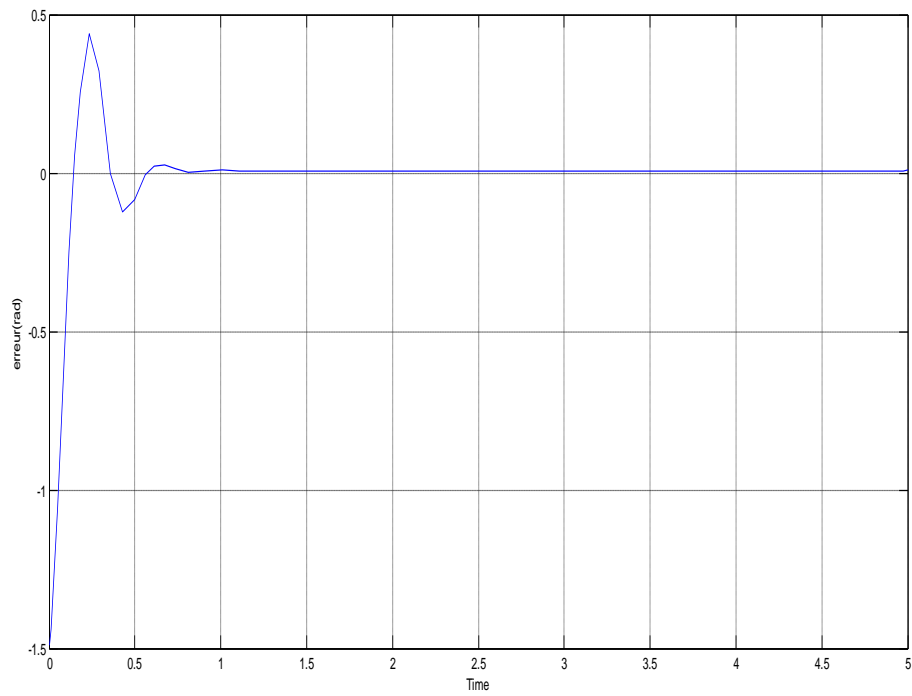
$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_1(0) = \frac{\pi}{2} \\ \theta_2(0) = \frac{\pi}{2} \end{array} \right.$$



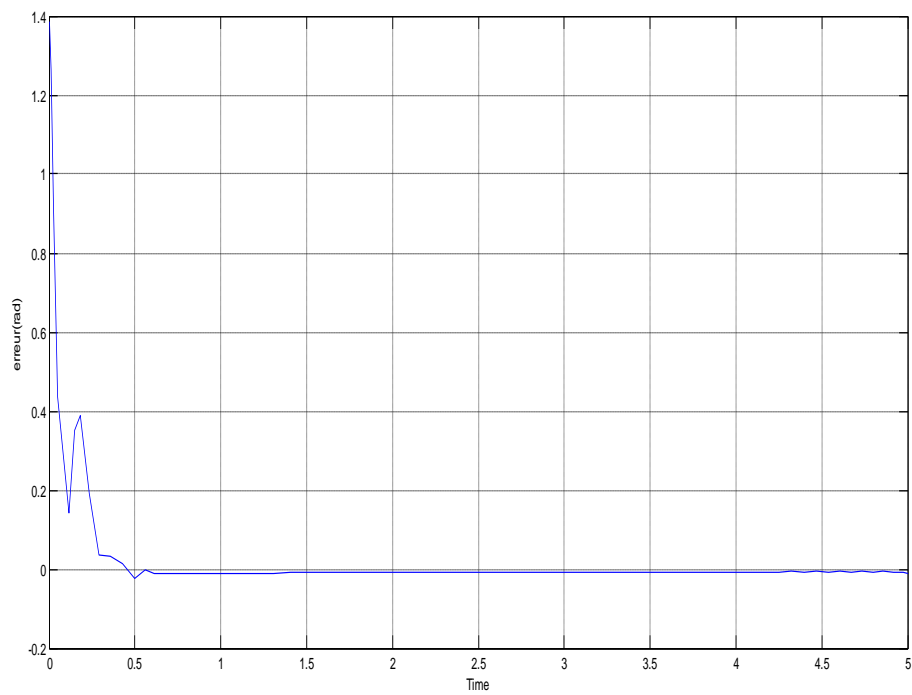
**Figure III.15 :** position angulaire de la 1<sup>ère</sup> articulation



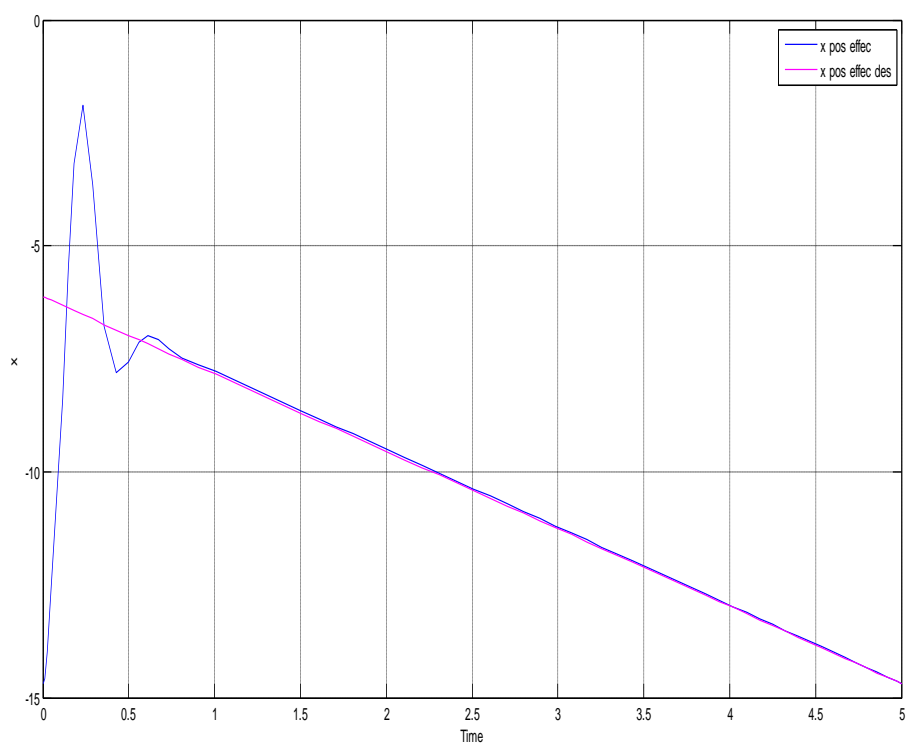
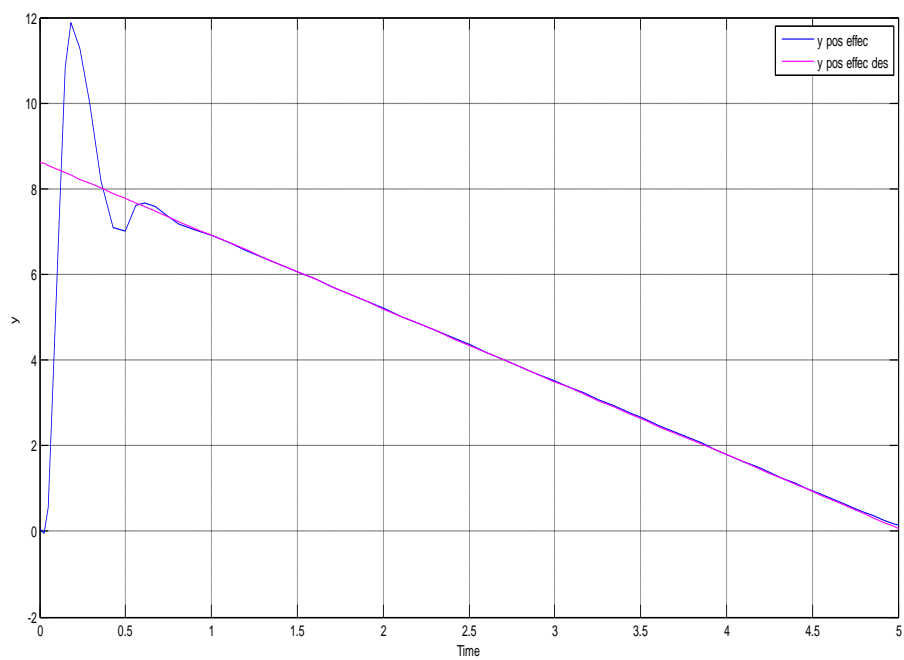
**Figure III.16 :** position angulaire de la 2<sup>ème</sup> articulation



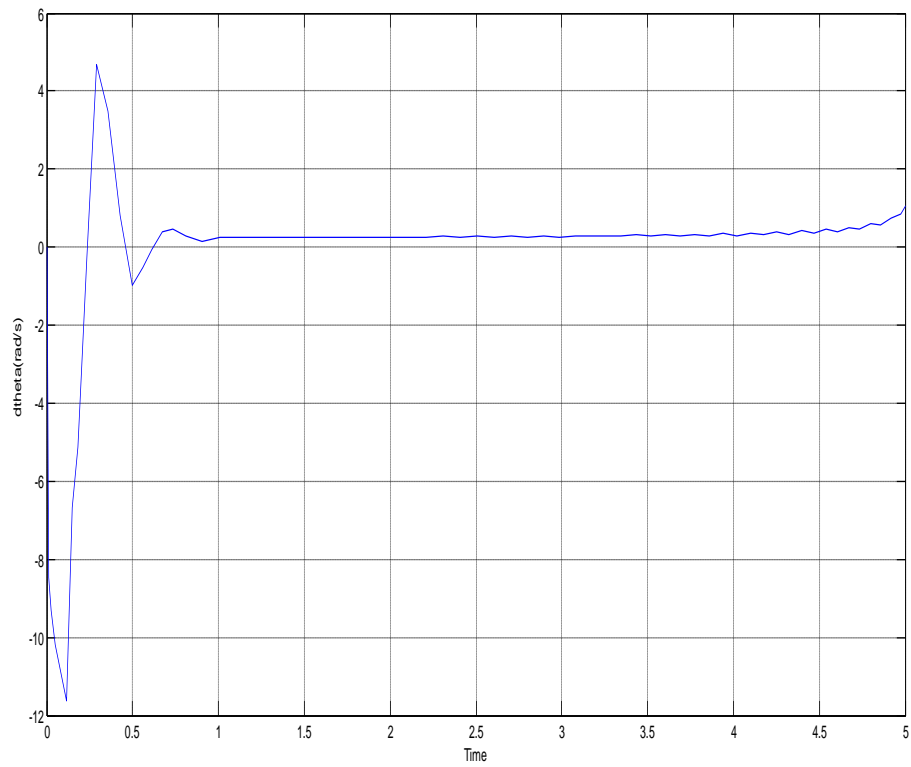
**Figure III.17** :Erreur de la position angulaire de la 1<sup>re</sup> articulation



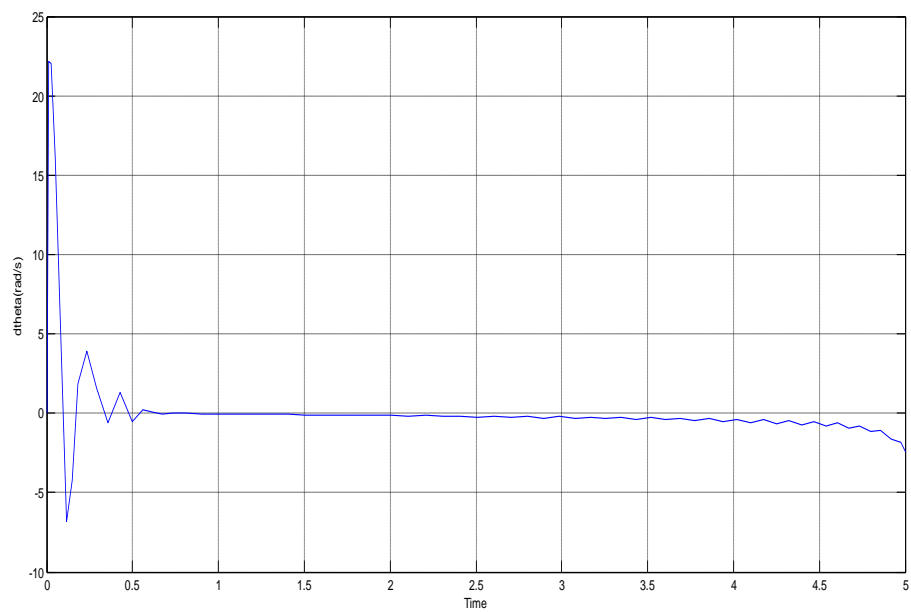
**Figure III.18** :Erreur de la position angulaire de la 2<sup>ème</sup> articulation

**Figure III.19 : Position Effecteur (X)****Figure III.20 : Position Effecteur (Y)**





**Figure III.21 :** vitesse angulaire de la 1<sup>ère</sup> articulation

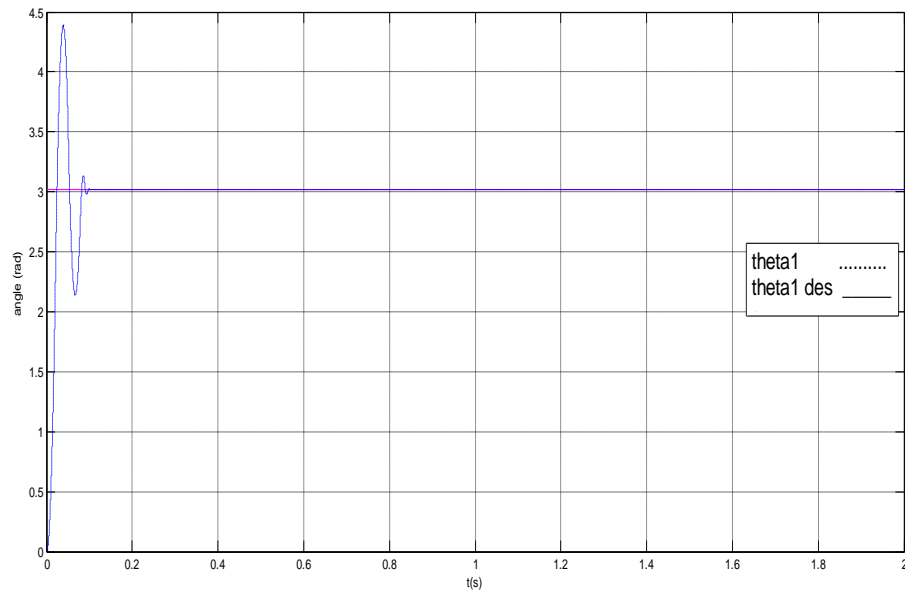


**Figure III.22 :** vitesse angulaire de la 2<sup>ème</sup> articulation

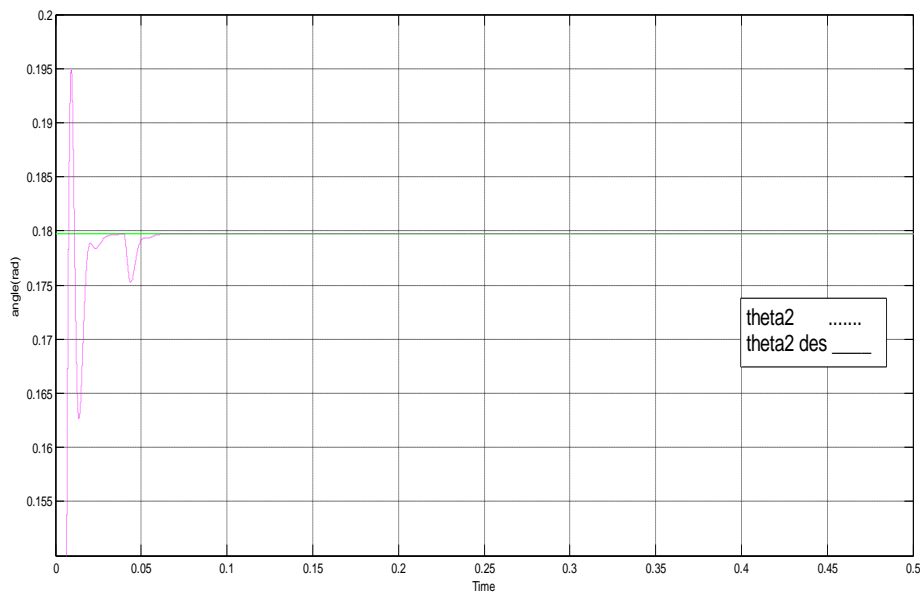
**III.3.2.3 Résultats de simulation de la commande PI**

les gains du contrôleur PI sont :

$$\{K_{pp} = 9.7627, K_{ip} = 4.9746\}, \{K_{pv} = 0.1019, K_{iv} = 2.2676\}$$



**Figure III.23 :** position angulaire de la 1<sup>ère</sup> articulation



**Figure III.24 :** position angulaire de la 2<sup>ème</sup> articulation

### III.4 Commentaires

Les figures (III.7), (III.8), (III.13) et (III.14) pour la commande PD et les figures (III.15), (III.16), (III.21) et (III.22) pour la commande PID montrent des exemples de poursuites de trajectoires pour les positions et vitesses des deux articulations. On constate que la convergence des variables articulaires de la deuxième liaison est beaucoup plus rapide que celle des variables articulaires de la première liaison. Cette lenteur relative est tout à fait normale et permet au second segment du manipulateur de se positionner rapidement par rapport à l'organe terminal.

Les figures (III.9), (III.10), (III.17) et (III.18) montrent que les erreurs en position aux deux articulations pour les deux commandes (PI, PID) sont nulles en régime permanent. Les erreurs de suivi engendrées à la première articulation sont beaucoup plus importantes que celles de la deuxième articulation.

D'après les résultats de simulations obtenus par différentes méthodes :

Les effets du correcteur PID

- Diminution du temps de montée.
- Elimination de l'erreur statique.
- Diminution du temps de stabilisation.

- Diminution du dépassement.

L'effets du correcteur PI

- Diminution du temps de montée.
- Elimination de l'erreur statique.
- Augmentation du temps de stabilisation.
- Augmentation du dépassement.

Coefficients	Temps de montée	Temps de stabilisation	Dépassement	Erreur Statique
$K_p$	Diminue	Augmente	Augmente	Diminue
$K_i$	Diminue	Augmente	Augmente	Elimine
$K_v$	Chang. Faible	Diminue	Diminue	Chang. Faible

**Tableau III.2** Récapitulatif des paramètres des correcteurs

### III.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une étude détaillée sur la commande (PID, PD et PI). Nous nous sommes ensuite intéressés à son application sur un manipulateur rigide à deux degrés de liberté pour montrer son efficacité. Les résultats obtenus sont encourageants, concordent à la réalité et montrent avec conviction l'aspect pratique positif de cette théorie de commande.

# CHAPITRE IV

## COMMANDE ROBUSTE

---

### ***contenu***

#### IV.1. Introduction

#### IV.2. Approches de robustesse

##### IV.2.1. Approches basées sur l'utilisation d'un modèle

##### IV.2.2. Approches directes sans modèle explicite

#### IV.3. La robustesse en stabilité

##### IV.3.1 Définitions]

##### IV.3.2 Robustesse

###### IV.3.2.1 Les marges de robustesse

###### IV.3.2.2 Erreurs de Modélisation

#### IV.4. Spécifications traditionnelles

##### IV .4.1. Spécifications dans le domaine temporel

##### IV.4.2. Spécifications dans le domaine fréquentiel

#### IV.5 Simulations et résultats

##### IV.5.1 Commande PI robuste :

#### IV.6. Conclusion

## COMMANDE ROBUSTE

### IV.1. Introduction

La robustesse traduit l'invariance du comportement entrée-sortie vis-à-vis des incertitudes de modélisation et/ou de la variation de certains paramètres du processus à commander ou des perturbations susceptibles d'agir sur le processus au cours de son évolution.

La commande élaborée est dite alors robuste dans le sens où elle permet de répondre à divers objectifs tels que :

- Performances en stabilité : le système bouclé doit rester stable dans une plage donnée quelques soient les variations du processus ou en dépit de la présence d'éventuelles perturbations additives.
- Performances du système bouclé : temps de réponse, bande passante, dépassements admissibles,...

L'élaboration d'une commande robuste se fait à partir d'un modèle nominal le plus souvent linéaire. La commande robuste "calculée" permet de garantir des performances en stabilité et des performances en boucle fermée pour une classe de processus éventuellement non linéaires.

Dans ce chapitre, on va montrer un aperçu théorique sur la commande robuste, puis on exposera les résultats de simulation obtenus suite à l'application de la commande robuste au système étudié.

### IV.2. Approches de robustesse

La littérature spécialisée propose une multitude de structures de commandes robustes. Chacune d'elles se veut optimale et permet de donner des qualités et des marges de robustesse très grandes. Ces approches de robustesse peuvent être classées en deux grandes classes :

- Approches basées sur l'utilisation d'un modèle.

- Approches basées sur les signaux et variables mesurables.

#### **IV.2.1. Approches basées sur l'utilisation d'un modèle**

Ces approches peuvent être appréhendées dans l'espace d'état ou dans le domaine fréquentiel.

#### **IV.2.2. Approches directes sans modèle explicite**

Les méthodes précédentes sont basées sur l'existence et la mise en oeuvre d'un modèle du processus. Deux approches complètement différentes ont été développées et n'utilisent pas de modèle, du moins sous forme explicite.

La première basée sur la mise en œuvre de réseaux de neurones, qui permet de réaliser un système de commande par apprentissage. L'élément de base dans ce type de structure est le neurone. Les réseaux sont associés en couches et fonctionnent par apprentissage et ne sont donc jamais mis en œuvre directement mais initialisés avant la mise en service.

La seconde correspond à la commande floue, dont le principe a été initialement établi par L. Zadeh en 1973, puis développé par plusieurs autres chercheurs. Le principe de la commande floue est de générer une loi de commande à partir d'un ensemble de règles floues. Chaque règle correspond à une classe de situations établies préalablement.

### **IV.3. La robustesse en stabilité**

#### **IV.3.1 Définitions**

considérons une commande classique d'asservissement conformément au schéma-bloc de la figure IV-1

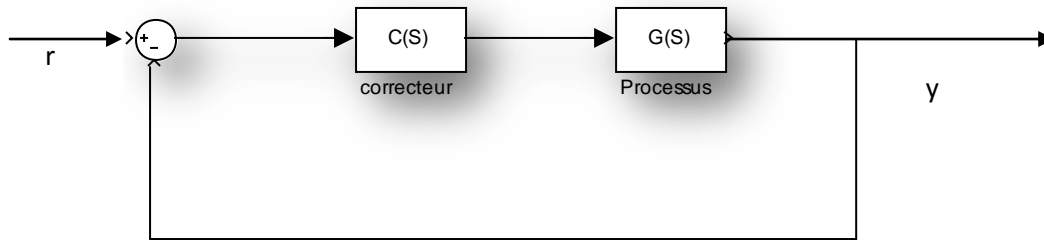


Figure IV.1: système boucle

Notons pour la fonction de transfert en boucle ouvert :

$$L=CG \quad (\text{IV.1})$$

à partir de la définition précédente, nous définirons une fonction 'S' , appelée la fonction de sensibilité :

$$S = \frac{1}{1+L} \quad (\text{IV.2})$$

à partir du schéma-bloc de la figure IV-1 la fonction de transfert en boucle fermée prend la forme suivante:

$$\frac{Y}{r} = \frac{L}{1+L} = T \quad (\text{IV.3})$$

Cette fonction T est appelée la fonction de sensibilité complémentaire. Cette dénomination provient du fait que  $S+T=1$

L'analyse de la stabilité d'un système se fait par l'étude des pole du  $(1+L)$  de la fonction de transfert en boucle fermée. La stabilité est souvent appréciée par la représentation de L dans le plan de Nyquist, à l'aide du critère du revers autour du point -1 .

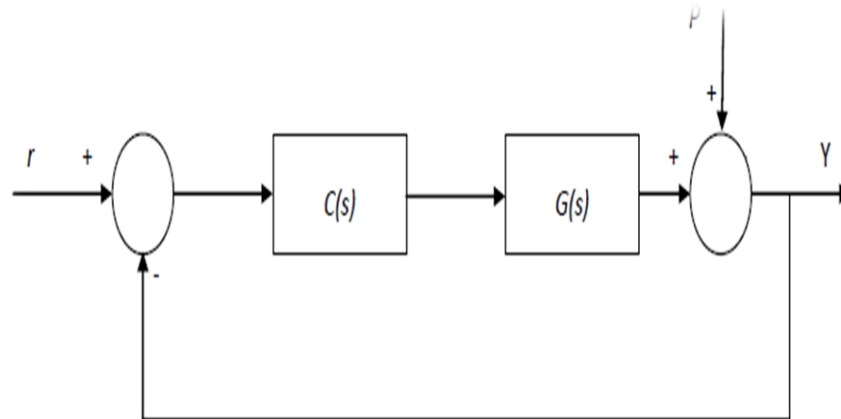
Nous allons dans un premier temps rappeler les critère de marge de phase et de marge de gain qui sont classiquement utilisés pour apprécier la robustesse et nous définirons ensuite la marge de module et la marge de retard. [20]



### IV.3.2 Robustesse

Nous retiendrons que la notion de robustesse développée ici à obtenir des indicateurs qui permettent d'apprécier la stabilité de la commande vis-à-vis de variations paramétrique du processus.

#### IV.3.2.1 Les marges de robustesse



**Figure IV.2** : Structure en boucle fermée classique

Considérons le système asservi de la figure (IV.2), dans le quel  $G(s)$  représente la fonction de transfert d'un procédé et  $C(s)$  celle d'un correcteur. On appelle  $r$  le signal de référence,  $y$  la sortie,  $u$  la commande et  $P$  une perturbation.

On obtient à partir de ce schéma bloc la relation suivante :

$$y = \frac{CG}{1+CG} r + \frac{1}{1+CG} P \quad (\text{IV.4})$$

Cette relation fait intervenir les deux fonctions de transfert suivantes qui caractérisent le comportement du système asservi :

$$T = \frac{CG}{1+CG} \quad (\text{IV.5})$$

$$S = \frac{1}{1+CG} \quad (\text{IV.6})$$

$S$  représente le transfert entre la sortie et la perturbation et  $T$  le transfert entre la consigne et la sortie.

L'analyse de la robustesse en stabilité fait appel au critère de Nyquist (figure IV.3).

La robustesse en stabilité est assurée par :

- Le régulateur  $K(s)$  stabilise le processus Nominal  $G_0(s)$ .
- La variation  $\delta G_0(s)$  ne modifie pas le nombre de pôles instables de  $G(s)$ .
- La variation extrême du lieu de Nyquist n'atteint pas le point -1.

Les indicateurs de la robustesse en stabilité sont [16] :

- Marge de phase  $\Delta\varphi$
- Marge de gain-phase  $\Delta M$
- Marge de retard  $\Delta\tau$

La fonction de transfert en boucle ouverte (BO) est  $HBO(s) = K(s)G(s)$ . En faisant varier  $\omega$ , on trace le lieu de Nyquist en BO (figure IV.3). En général, le domaine de variation de  $\omega$  est compris entre 0 et  $\pi$ .

- **Marge de module  $\Delta M$**

La marge de module  $\Delta M$ , appelée également marge de gain-phase, exprime la plus petite distance du lieu de Nyquist au point -1.

La marge de module est très importante, car elle définit la valeur maximale admissible du module de la fonction de sensibilité  $S_{yp}$ . De plus, elle permet de définir la tolérance vis-à-vis des composants du système ayant des caractéristiques non linéaires ou variables dans le temps.

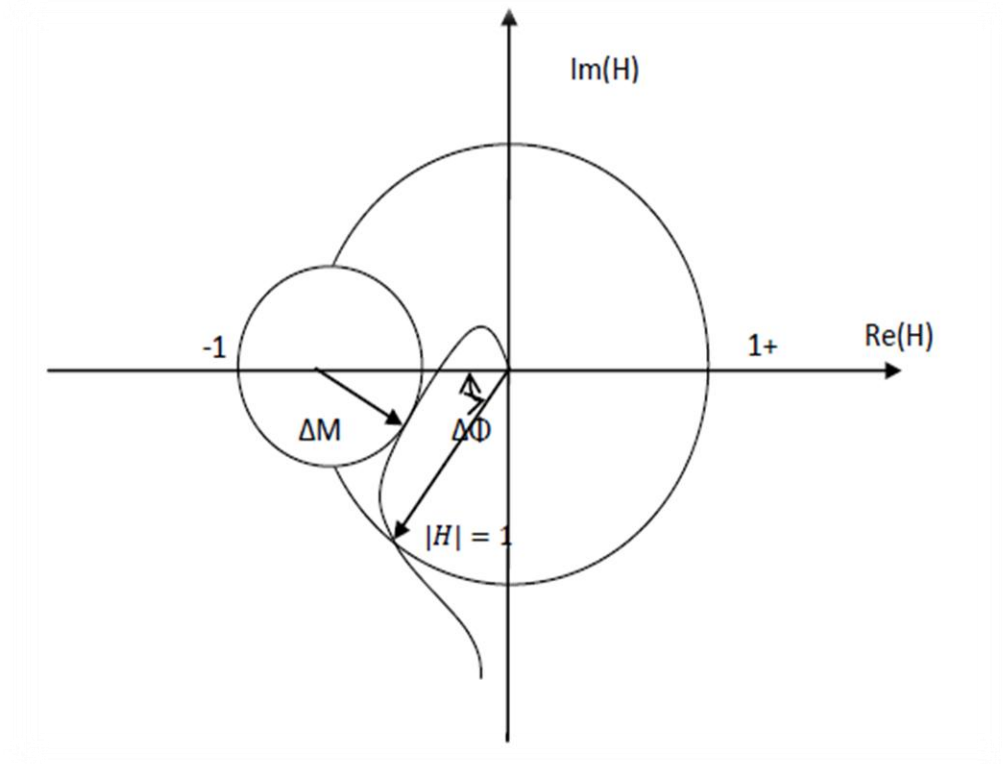


Figure IV.3 : Marges de robustesse

- **Marge de retard  $\Delta\tau$**

La marge de retard  $\Delta\tau$  définit le plus grand retard admissible par le processus sans altérer sa stabilité. En d'autres termes, elle représente la valeur maximale de la variation ou de l'incertitude sur le retard du système qu'on peut tolérer pour le transfert de la boucle sans entraîner l'instabilité.

- **Marge de phase  $\Delta\varphi$**

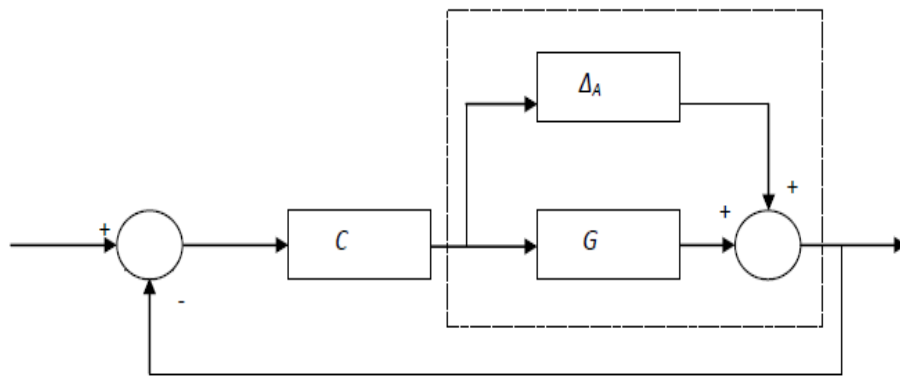
La marge de phase est le changement de phase de la fonction de transfert en boucle ouverte à gain unitaire qui rend le système en boucle fermée instable. Une marge typique de cette grandeur utilisée pour une conception robuste est  $30^\circ \leq \Delta\varphi \leq 60^\circ$ .

#### IV.3.2.2 Erreurs de Modélisation

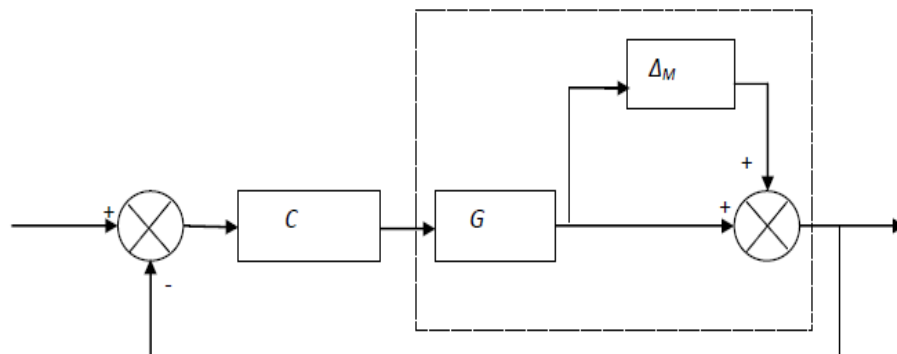
La base pratique de la robustesse est un concept d'ensemble. Les incertitudes ou les variations du procédé sont supposées appartenir à un domaine donné qui peut être grand. Les incertitudes de modélisation peuvent être scindées en deux catégories :

*Incertitudes structurées* : elles correspondent aux imprécisions de détermination d'un paramètre physique du système.

*Incertitudes non structurées* : elles concernent des incertitudes provenant des diverses sources. Ce type est souvent représenté par une seule perturbation d'un type donné.



**Figure IV.4** : Erreur additive



**Figure IV.5** : Erreur multiplicative

- *Erreur additive* :  $G_r(s) = G(s) + \Delta A(s)$
- *Erreur multiplicative* :  $G_r(s) = G(s) (1 + \Delta M(s))$

#### IV.4. Spécifications traditionnelles

Pour la plus part des gens le concept de la performance d'un système est relatif aux propriétés du système en boucle fermée à savoir le suivi de la consigne et le rejet des perturbations. Cependant, il convient de distinguer entre :

- Les conditions liées à la robustesse de la stabilité : le système bouclé doit rester stable quelles que soient les variations du processus.
- Les performances liées au comportement du processus : la réponse du système bouclé doit rester acceptable en dépit des fluctuations des caractéristiques du processus.

Les performances d'un processus peuvent s'exprimer sous divers aspects : temps de réponse, bande passant, rejet de perturbations, dépassements admissibles, etc...

Les spécifications vont être divisées en deux groupes :

- Spécifications dans le domaine temporel.
- Spécifications dans le domaine fréquentiel.

##### IV .4.1. Spécifications dans le domaine temporel

Les caractéristiques stationnaires sont parmi les plus simples des performances qu'on donne à une structure de commande. En particulier, on s'intéresse ici à la valeur stationnaire de l'erreur de poursuite  $e$

L'erreur stationnaire est définie comme étant la différence entre la consigne  $r$  et le signal de sortie  $y$  pour un signal de test prescrit. Le signal de test peut également être le signal de référence  $r$  ou une perturbation  $P$ .

Avant que le processus n'atteigne son régime stationnaire, il passe par un comportement dynamique transitoire ; ce dernier est considéré comme étant plus important que le régime stationnaire.

On divise les différents critères de performance en deux groupes :

- Critères qui utilisent uniquement quelques points de la réponse ;

➤ Critères qui utilisent la réponse entière en boucle fermée de  $t=0$  jusqu'à  $t=\infty$ .

Le premier groupe consiste en un critère de performance simple, basé essentiellement sur les caractéristiques physiques de la réponse indicielle du système en boucle fermée.

- **Temps de montée  $T_r$**  : le temps que prend le signal de sortie pour passer de 10% à 90 % de sa valeur finale.
- **Temps d'établissement  $T_s$**  : le temps nécessaire à la réponse pour se stabiliser en dessous de 5% de sa valeur finale.
- **Valeur de crête  $M$**  : Valeur maximale du signal de sortie comparée à sa valeur finale (donnée en %).

Le deuxième groupe, basé sur la réponse totale de la boucle fermée, utilise l'erreur pour la formulation d'un critère des performances dynamiques.

Généralement les critères les plus utilisés sont l'*IAE* et l'*ISE*. Le choix du critère à utiliser dépend des caractéristiques du système et de ce qu'on exige à la sortie du processus.

➤ Intégrale de l'erreur absolue (Integrated Absolute Error) :

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (\text{IV.7})$$

➤ Intégrale du carré de l'erreur (Integrated Square Error) :

$$ISE = \int_0^{\infty} e(t)^2 dt \quad (\text{IV.8})$$

La différence principale entre l'*IAE* et l'*ISE*, est que ce dernier pénalise le contrôle large des grandes erreurs, ce qui encourage une grande action de commande.

#### IV.4.2. Spécifications dans le domaine fréquentiel

Les critères usuels pour la description des performances dynamiques dans le domaine fréquentiel sont :

▪ **Pic de raisonnement  $M_p$**  : le plus grand pic de la fonction de transfert en boucle fermée.

▪ **Largeur de bande  $W_b$**  : il existe plusieurs définitions de la largeur de bande :

➤ Les valeurs de la fréquence  $\omega$ , pour lesquelles l'amplitude de la fonction de sensibilité complémentaire descend en dessous de  $-3\text{db}$ .

➤ La plage de fréquence  $\omega$ , où l'amplitude de la fonction de sensibilité atteint la valeur 1.

➤ La valeur de  $\omega$ , où l'amplitude de la fonction de transfert en boucle ouverte croise la valeur 1. Cette valeur est appelée généralement la fréquence de coupure ( $\omega_c$ ).

Il n'y a pas de relation précise entre les caractéristiques du domaine temporel et celles du domaine fréquentiel. Mais il existe certaines lois plus ou moins usuelles permettant une translation approchée entre les deux domaines, par exemple :

$$T_r \cong \frac{2.2}{W_b} \quad (\text{IV.9})$$

$$M \cong \frac{\sqrt{M_p - 1}}{2.4} \quad (\text{IV.10})$$

A partir de ces équivalences, on déduit que la largeur de bande  $W_b$  est le facteur dominant qui affecte le temps de montée  $T_r$ , et que la valeur de pic  $M_p$  est le facteur dominant qui affecte la valeur de crête  $M$ .

La méthode classique de tester la robustesse d'un système est de spécifier les marges de stabilité en utilisant les marges de gain et de phase.

## IV.5 Simulations et résultats

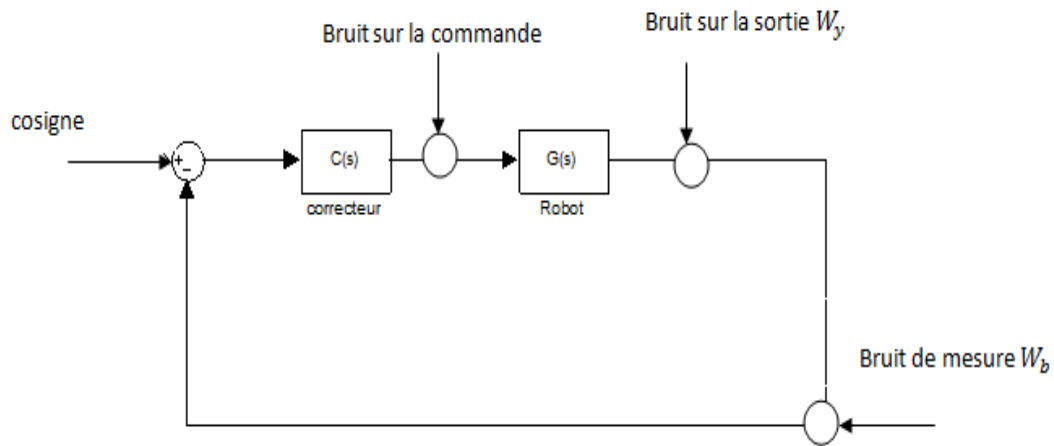


Figure IV.6 Schéma de commande avec des perturbation et bruit de mesure

## IV.5.1 Commande PI robuste :

## IV.5.1.1 Commande PI:

Comme nous l'avons indiqué précédemment, le correcteur PI n'a que deux paramètres de réglages et nous pourrions, soit maîtriser les deux pôles en boucle fermée, soit fixer un zéro et un pôle.

Considérons un processus modélisé par la transmittance du suivant :  $G(p) = \frac{b_0}{1+a_1p}$  et commandé par un régulateur PI conformément au schéma figure (IV.7)

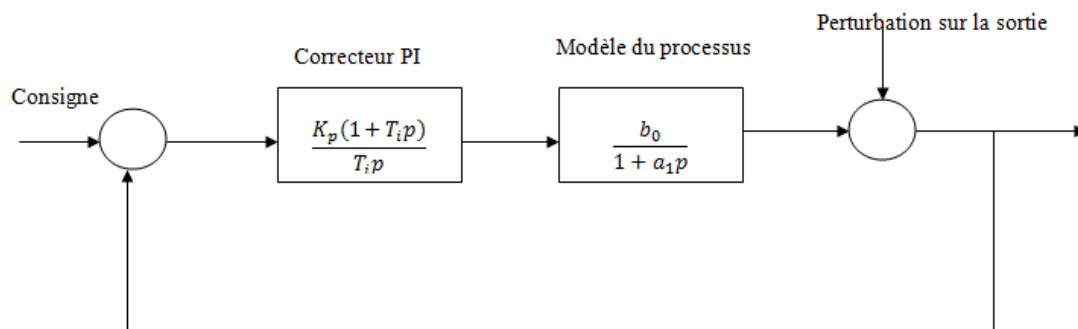


Figure IV.7 Commande d'un premier ordre par un PI



Dans le modèle du processus,  $b_0$  représente le gain statique et  $a_1$  le constante de temps.

Représentons la fonction de transfert en boucle ouverte de cette commande:

$$L_{yy} = C(p)G(p) = \left[ \frac{K_p(1+T_i p)}{T_i p} \right] \left[ \frac{b_0}{1+a_1 p} \right] \quad (\text{IV.11})$$

Celle-ci est du second ordre et donnera, dans le cas générale, un comportement en boucle fermée possédant deux pôles et zéro. Nous avons, ici, à notre disposition, deux coefficients de réglage qui nous permettent, soit de fixer les pôles sans maîtriser le zéro, soit de fixer un pôle et un zéro.

Pour cette dernière approche, il est intéressant de prendre comme zéro du correcteur le pôle du processus, ce qui revient à simplifier le dénominateur du système par le numérateur du correcteur.

Nous allons ici simplifier le dénominateur du processus par le numérateur du correcteur. L'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte vaut :

$$L_{yy} = C(p)G(p) = \left[ \frac{K_p(1+T_i p)}{T_i p} \right] \left[ \frac{b_0}{1+a_1 p} \right]$$

Soit en posant  $(1 + T_i p) = (1 + a_1 p)$  (IV.12)

$$L_{yy} = C(p)G(p) = \frac{K_p b_0}{T_i p}$$

La fonction de transfert en boucle fermée est de la forme suivant :

$$\Gamma(p) = \frac{1}{1 + \left( \frac{T_i}{K_p b_0} \right) p} = \frac{1}{1 + T_0 p} \quad \text{avec } T_0 \text{ constante de temps fixant le comportement en}$$

boucle fermée, soit :  $T_0 = \frac{T_i}{K_p b_0}$  (IV.13)

En résolvant les équation (IV.12) et (IV.13), les actions du régulateur PI sont données par les relation suivantes :

$$K_p = \frac{a_1}{b_0 T_0} \quad (\text{IV.14})$$

$$T_i = a_1 \quad (\text{IV.15})$$

les gain du contrôleur PI sont :

$$(K_{pp} = 10.23 \quad , \quad T_{ip} = 1.33) (K_{pw} = 0.005 \quad , \quad T_{iw} = 0.6)$$

#### IV.5.1.2 Robustesse de la commande

#### IV.5.1.3 Les fonctions de sensibilité de système :

	Formulation avec des transmittances	Propriété	Formulation avec $C = \frac{R}{S}$ et $G = \frac{B}{A}$
Sensibilité de la sortie à une perturbation sur la sortie	$S_{yy} = \frac{1}{1 + CG}$ $L_{yy} = CG$	$S_{yy} = 1 - T$	$S_{yy} = \frac{AS}{AS + BR}$ $L_{yy} = \frac{BR}{AS}$
Sensibilité de la sortie à une perturbation sur la mesure	$S_{yb} = -\frac{CG}{1 + CG}$ $L_{yb} = -\frac{1}{CG} - 2$	$S_{yb} = -T$ $S_{yb} = S_{yy} - 1$	$S_{yb} = -\frac{BR}{AS + BR}$ $L_{yb} = -\frac{(AS + 2BR)}{BR}$
Sensibilité de la sortie à une perturbation sur la commande	$S_{yu} = \frac{G}{1 + CG}$ $L_{yu} = \frac{1}{G} + C - 1$	$S_{yu} = GS_{yy}$	$S_{yu} = \frac{BS}{AS + BR}$ $L_{yu} = \frac{AS + BR - BS}{BS}$
Sensibilité de la commande à un bruit de sortie ou de mesure	$S_{uy} = -\frac{C}{1 + CG}$ $L_{uy} = -\frac{1}{C} - G - 1$	$S_{uy} = -GS_{yy}$	$S_{uy} = -\frac{AR}{AS + BR}$ $L_{uy} = \frac{-AS - BR - AR}{AR}$

**Tableau IV.1** Résumé des fonctions de sensibilité

$$C = \frac{13.60p+1}{1.33p} \quad , \quad G = \frac{0.9}{0.006P+0.01} \quad , \quad L_{yy} = \frac{7.5}{P}$$

nous allons maintenant calculer les différentes fonctions de sensibilités conformément au tableau (IV.1)

Sensibilité de la sortie à une perturbation sur la sortie :

$$S_{yy} = \frac{P/7.5}{P/7.5 + 1}$$

Sensibilité de la sortie à une perturbation sur la mesure :

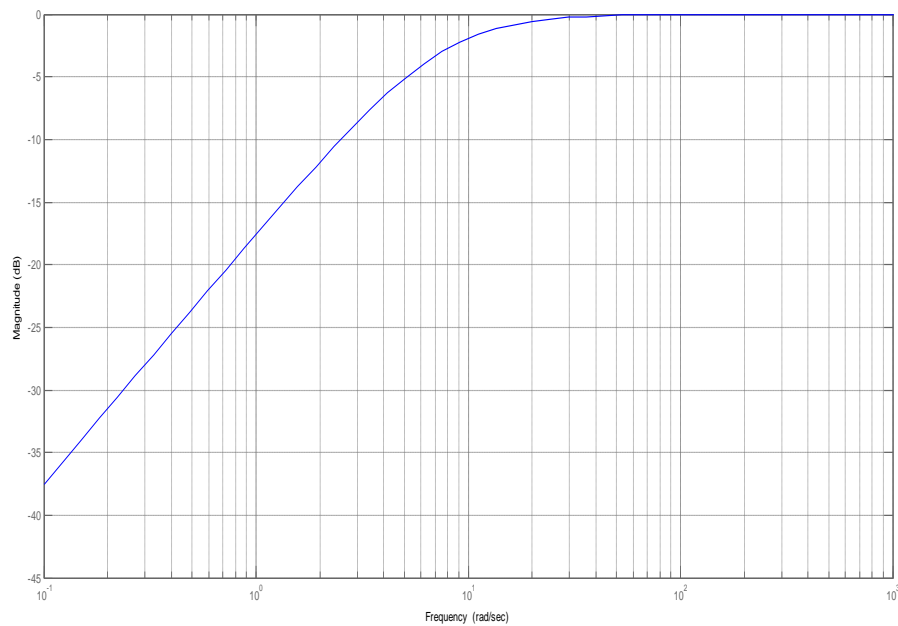
$$S_{yb} = -\frac{1}{\frac{P}{7.5} + 1}$$

Sensibilité de la sortie à une perturbation sur la commande :

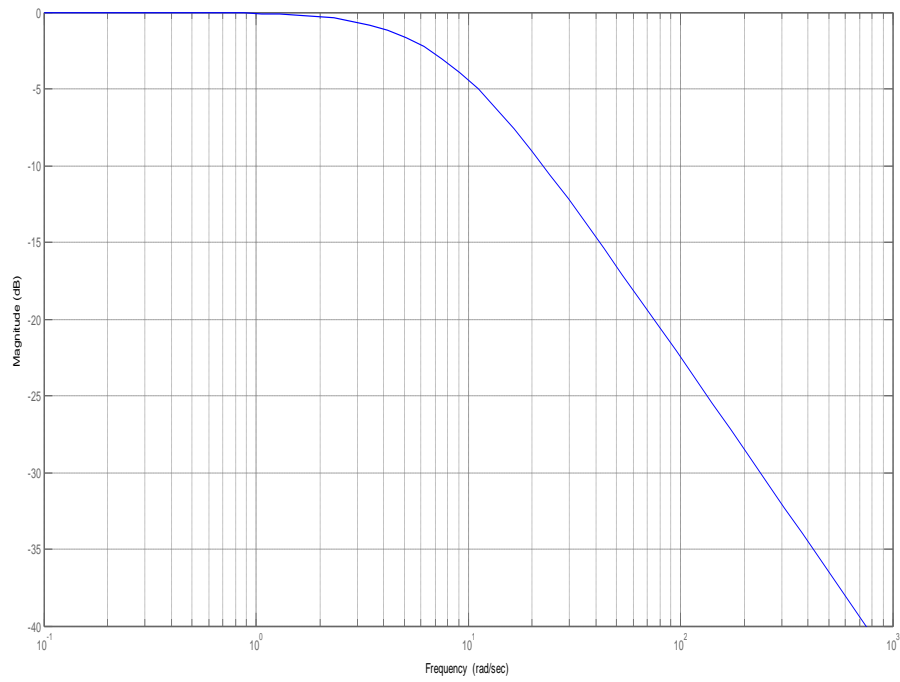
$$S_{yu} = \frac{0.13}{0.177P^2 + 1.46P + 1}$$

Sensibilité de la commande à un bruit de sortie ou de mesure :

$$S_{uy} = -\frac{1.02 + 1.33P}{\frac{P}{7.5} + 1}$$

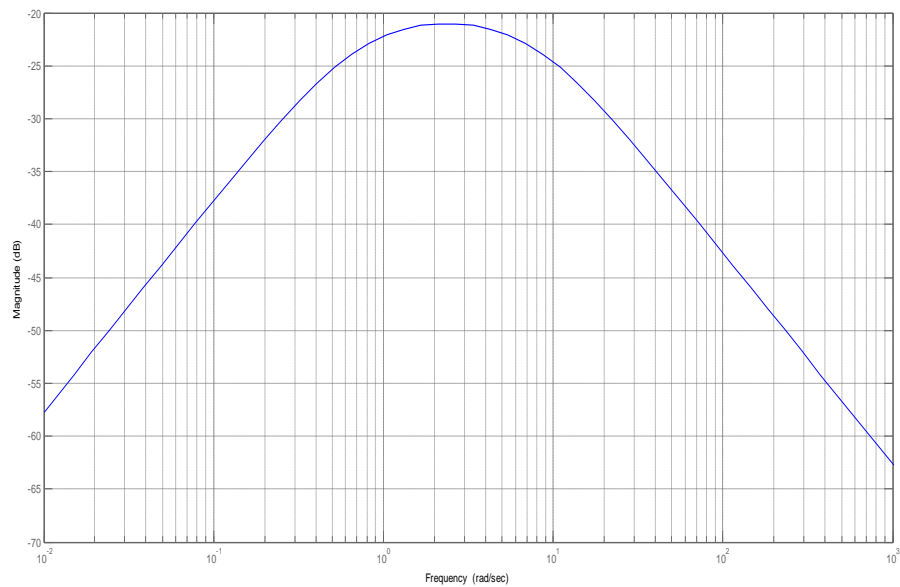


**Figure IV.8** : allure de la fonction de sensibilité à une perturbation sur la sortie  $S_{yy}$



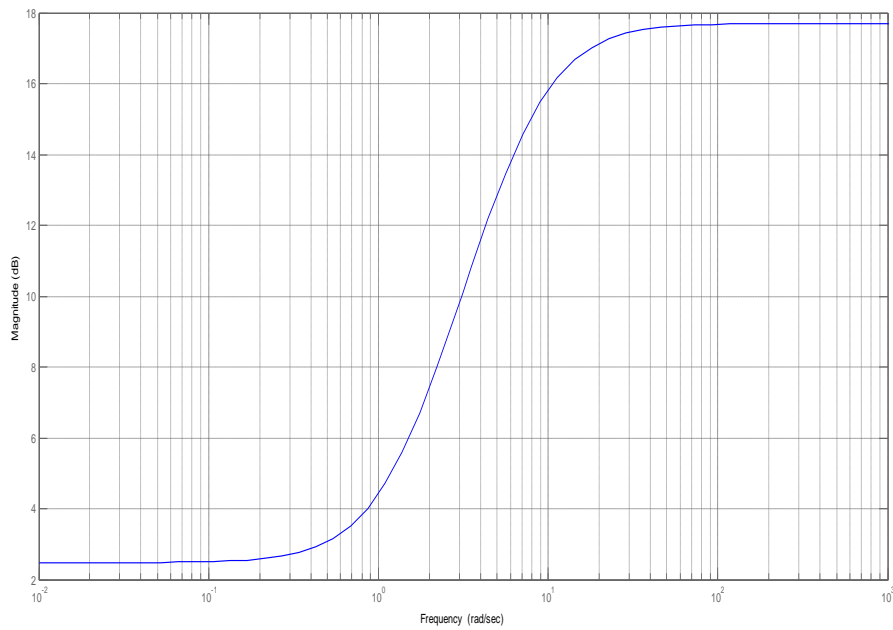
**Figure IV.9:** allure de la fonction de sensibilité à une perturbation sur la mesure

$$S_{yb}$$



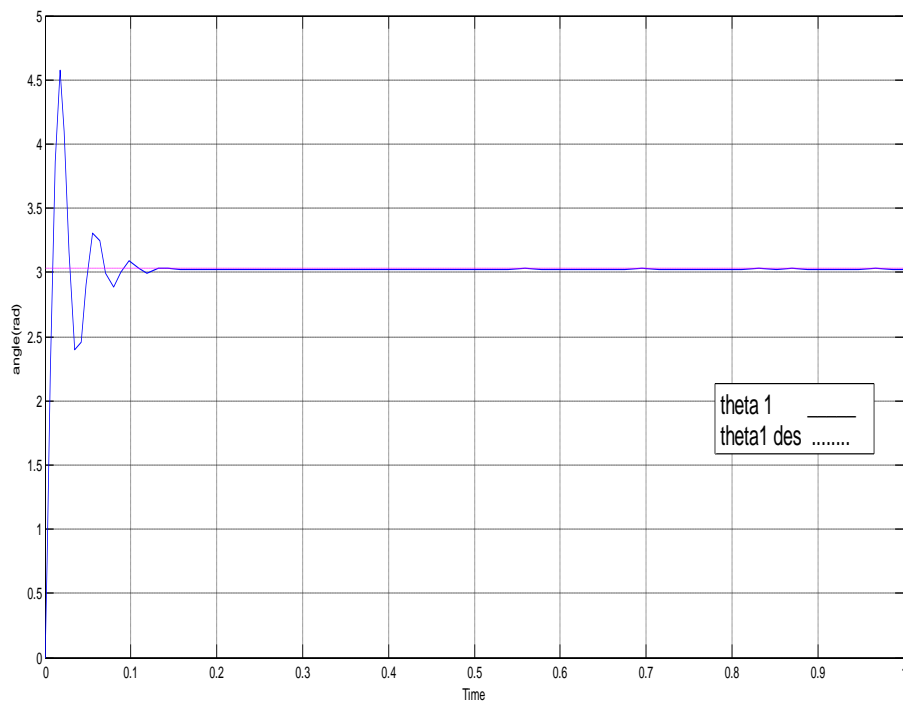
**Figure IV.10:** allure de la fonction de sensibilité à une perturbation sur la Commande

$$S_{yu}$$

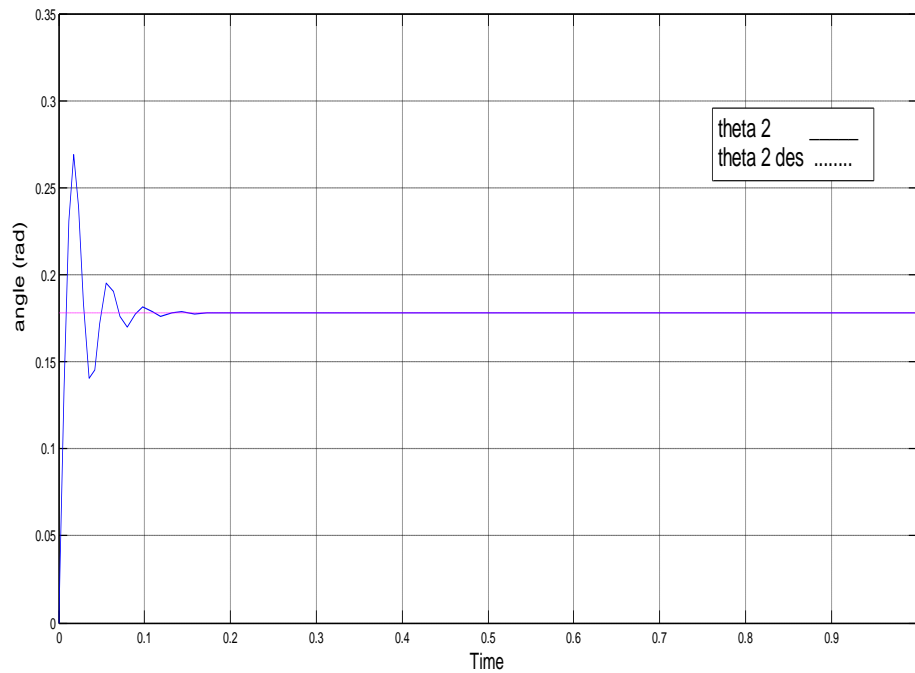


**Figure IV.11** : allure de la fonction de sensibilité à une bruit de sortie ou de mesure

$$S_{uy}$$



**Figure IV.12** : position angulaire de la 1<sup>ère</sup> articulation



**Figure IV.13 :** position angulaire de la 2<sup>ème</sup> articulation

Si nous analysons l'influence des perturbation sur la sortie  $Y$  avec une critère d'affaiblissement inférieur à 10 %, nous pouvons définir les zones de rejets suivent (a partir de la figure (IV.8),(IV.9),(IV.10),(IV.11) :

- Pour la perturbation  $W_y$ , l'intervalle de rejet va du continu à 0.75 rad/s.
- Pour le bruit de mesure  $W_b$ , celui-ci est rejeté à moins de 10 % au-delà de 75 rad/s.
- Avec un bruit sur la commande, l'affaiblissement est toujours inférieur à -21db.

Pour une réalisation technologique donnée, le concepteur de la commande doit avoir une idée des bruits altérant le système et c'est à l'aune des fonctions de sensibilité qu'il pourra en juger les influences.

Si le robot et, par exemple, alimenté par un hacheur, il faudra apporter une attention particulière à la fonction de sensibilité  $S_{yu}$ .

La dernière fonction de sensibilité  $S_{yu}$  relative à la commande, ne présentant pas de résonance, il n'a pas lieu d'approfondir l'analyse.

Les figures (IV.12), (IV.13) montrent que les poursuites de trajectoire des deux articulations s'établissent assez rapidement par rapport aux poursuites obtenues au chapitre précédent.

#### **IV.6. Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons présenté un aperçu théorique sur le concept de robustesse, en mentionnant les philosophies de commande les plus rencontrées dans la littérature. Nous avons cité leurs performances et leurs spécifications dans les domaines temporel et fréquentiel. L'application de la théorie PI robuste pour commander notre manipulateur a conduit à des résultats satisfaisants concernant la poursuite de trajectoires désirées de ses variables articulaires. Les signaux de commande générés par les actionneurs ne sont appliqués qu'à de courts instants.

# CONCLUSION GENERALE





### CONCLUSION GENERALE

Le travail présenté dans ce mémoire est axé principalement sur l'élaboration d'une loi de commande dédiée à la commande de position et de vitesse d'un bras manipulateur rigide. La commande recherchée doit satisfaire une faculté pivot qui est la robustesse, une telle propriété doit son nom à l'invariance du comportement de la sortie du système vis-à-vis des différentes variations paramétriques ou perturbations pouvant affecter son évolution. Nous avons étudié et appliqué une commande qui a suscité un intérêt certain de la plupart des chercheurs : la commande (PID, PD, et PI) réputée notamment pour sa robustesse.

La première étape du travail consiste en la modélisation dynamique du manipulateur en utilisant le formalisme de *Lagrange-Euler* et la résolution de ces équations sous l'environnement Matlab/Simulink. Des travaux de simulations concernant les variables articulaires ont été élaborés sous différentes conditions initiales et présentés au deuxième chapitre.

La deuxième étape du travail a porté sur l'application de cette loi de commande, en ignorant toute perturbation pouvant altérer la dynamique correcte du manipulateur. Les résultats de simulation obtenus montrent que le régulateur PD suffit à rendre le système robuste vis-à-vis de ses performances. Mais globalement les correcteurs PD et PID donnent des résultats acceptables et sont marqués par des temps de réponse appropriés aux différentes variables articulaires du bras manipulateurs qui se répercutent directement sur l'organe terminal.

Pour palier aux différentes perturbations statiques et dynamiques, la synthèse d'une loi de commande robuste est indispensable afin de faire face à ces aléas qui peuvent affecter la bonne conduite du système. C'est la troisième étape du travail qui décrit cette directive.

En considérant la présence de la perturbation, la commande élaborée a sauvegardé un bon comportement du manipulateur avec amélioration de certains paramètres tels que le temps de réponse, ce qui rend la réponse des actionneurs beaucoup plus rapide, sous l'effet de signaux de commande de faibles amplitudes. Les objectifs

## CONCLUSION GENERALE

---

préalablement fixés dans le cadre de ce travail ont été atteints. Les commandes élaborées sont robustes et fiables. En ce qui concerne, les perspectives et les horizons proposés pour la continuité de ce travail de recherche, on peut mentionner les suggestions suivantes :

- Concrétisation de ces lois de commandes, par leur application sur un manipulateur expérimental.
- Commande des positions et vitesses articulaires des bras manipulateurs par des techniques intelligentes telles que la logique floue ou les algorithmes génétiques.

# **BIBLIOGRAPHIE**



- [1] S.K.Dwivedy, P.Eberhard, Mechanism and Machine Theory 41 ELSEVIER Science Direct 2006.
- [2] L.Sciavico, B.Siciliano, modelling and control of robot manipulators : The McGraw-Hill Companies Inc, 1996.
- [3] E.A.Miranda Thèse de Master “Direct Adaptive control Of a Two-Link Flexible Manipulator” Texas A &M University-Kingsville 2004.
- [4] C. VIBET, ‘Robots Principes et Contrôle’, Editions Ellipses, 1988.
- [5] Y. BAAZI, ‘ Etude d’un Manipulateur à 3 Degrés de Liberté, Application à la Fonction de Préhenseur ‘, mémoire de Magister, Institut d’Électronique, Université de Batna,2000.
- [6] B. BAYLE, ‘Introduction à la Robotique’,EditionsIUP Technologies Avancées des Sciences de Viant, Université de Louis Pasteur, Strasbourg, France,2004/2005.
- [7] W. KHALIL & Etienne DOMBRE, ‘ Bases de la modélisation et de la commande des robots manipulateurs de type serie’’, Programme Unit-GDR Robotique, Mai 2012.
- [8] Ch. ABDELHAKIM, ‘ Analyse Cinématique des Robots Parallèles’’, thèse de Doctorat, Département de Génie Mécanique, Université de Constantine,2000.
- [9] R. HANUS, ‘ Asservissements Proprioceptifs’’, Editions Dunod, 1999.
- [10] A. PREUMONT, ‘ Théorie Générale des Systemes Articulés, Introduction à la Robotique’’, Laboratoire des Structures Actives, Université Libre de Bruxelles, Editions ULB,2001.
- [11] Arato.S.Deo thèse de PhD “Inverse Kinematics and Dynamic Control Methods for Robotic Systems ” Houston .Texas.1995
- [12] Lallemand J.P. et Zegloul S.- Robotique Aspects fondamentaux, Modélisation mécanique CAO robotique-Commande.Masson, 1994.
- [13] Krzysztof K.- Modelling and identification in robotics :Advances in Industrial Control. Springer.1998.
- [14] Victor Gavriloiu Thèse de Master “Design of Dynamic Non-Linear Control Techniques for Flexible-Link Manipulators ” Université de Concordia Canada 2005.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [15] Prf. Amar Mezache "cours Commande des machines " Université de M'sila  
Département d'électronique 2010
- [16]K. J. ASTROM ‘ ‘ Automatic Tuning of Simple Regulators with Specifications on  
Phase and Amplitude Margins’’, Automatica, VOL.20, *no*5, pp 645-651, 1984.
- [17] : Jean-Louis Boimond « ROBOTIQUE », ISTIA, Université Angers
- [18] Wisama KHALIL et Etienne DOMBRE "Bases de la modélisation et de la  
commande des robots-manipulateurs de type série" Université Numérique Ingénierie  
& Technologie – Robotique 08 mai 2012
- [19] G .Oke, Y.Istefanopoulos “Gradient-Descent Based Trajectory Planning  
for Regulation of a Two-Link Flexible Robotic Arm” IEEE/ASME 2001.
- [20] Jean-Karie RETIF "Synthèse d'une commande robuste" INSA de Lyon  
septembre 2011

# *Annexe*

## *Paramètres des segments et actionneurs*

## **Articulation de l'épaule:**

Paramètres du moteur:

$$R_a = 5 \text{ W}$$

$$L_a = 0.03 \text{ mH}$$

$$K_b = 0.9$$

$$F = 0.006 \text{ N.m / (radis)}$$

$$J_m = 0.01 \text{ N.m s}^2 / \text{rad}$$

Paramètres du segment 1:

$$m_1 = 1.254 \text{ Kg}$$

$$L_1 = 0.8625 \text{ m}$$

## **Articulation du coude:**

Paramètres du moteur:

$$R_a = 5 \text{ W}$$

$$L_a = 0.03 \text{ mH}$$

$$k_b = 0.9 \text{ VS / rad}$$

$$f = 6.10^{-3} \text{ N.m / (radis)}$$

$$J_m = 0.0100 \text{ N.m s}^2 / \text{rad}$$

Paramètres du segment 2:

$$m_2 = 0.98 \text{ Kg}$$

$$L_2 = 0.6125 \text{ m [15]}$$

# ***MEMOIRE DE FIN D'ETUDES MASTER EN GENIE ELECTRONIQUE***

## **OPTION : CONTRÔLE**

### **Proposé et dirigé par :**

Dr .BENHACENE Madani

### **Présenté par :** ALLAL Abd elbassit

## **THEME**

### **COMMANDE ROBUSTE D'UN BRAS MANIPULATEUR**

### **Résumé :**

Dans ce travail, nous présentons une stratégie de la commande de trajectoire d'un bras manipulateur à deux degrés de liberté. La technique de contrôle est basée sur un contrôleur PID (Proportionnel Intégral Dérivé) qui est considérée comme une solution très intéressante pour les systèmes linéaires. Ce dernière lois est basées sur le modèle dynamique développé à partir de la formulation de ***Lagrange-Euler***. Notre système mécanique est simulé dans l'environnement Matlab/ Simulink. La commande proposée montre l'efficacité et la robustesse en boucle fermé.

### **MOTS CLES :**

Commande robuste, bras manipulateur, robotique, commande PID, commande d'un bras manipulateur rigide